UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE SCHEINBARE UND WAHRE BAHN DES IM JAHRE 1807...

Friedrich Wilhelm Bessel



Untersuchungen

über

die scheinbare und wahre Bahn

des

im Jahre 1807 erschienenen

grossen Kometen

von

F. W. Bessel,

Professor der Astronomie in Königsberg.

Königsberg,

bei Friedrich Nicolovius.

1810.

Die Erscheinungen der Kometen wurden vor dem 15ten Jahrhunderte nur im Allgemeinen angezeigt; im Jahre 1472 beobachtete Regiomontan zum erstenmale den Lauf eines derselben genauer, und die Astronomen folgten von dieser Zeit an seinem Beispiele. Diese Beobachtungen zerstreuten einen Theil des Dunkels, welches auf der Lehre von den Kometen ruhete: man war gezwungen, sie als himmlische Körper, und nicht mehr als Meteore zu betrachten. Doch als man die Natur der Bahnen zu ergründen strebte, verfiel man auf falsche Hypothesen; und dem unsterblichen Newton war es vorbehalten, auch hier, so wie überall, Licht zu verbreiten. — Halley, der Newtons Entdeckungen mit Wärme ergriff, gab im Jahre 1705 seine berühmte Tafel der 24 Kometenbahnen, aus welcher er die Wiederkehr des, im Jahre 1759 wirklich erschienenen, seinen Namen führenden Himmelskörpers

dieser Art, vorhersagte. Man beobachtete nun die Erscheinungen der Kometen mit verdoppeltem Eifer: so wie die Genauigkeit der Beobachtungen, der Sternverzeichnisse, und die Theorie der Bewegung der Erde zunahm, nahm auch die Sicherheit zu, mit welcher man die Bahnen berechnen konnte. Man kam so weit, daſs man schon hin und wieder die Hypothese der parabolischen Bewegung entbehren, und die Bahnen unabhängig von ihr bestimmen zu können glaubte. Indeſs wurden von einigen Geometern und Astronomen fruchtlosen Untersuchungen hierüber angestellt; entweder weil die Data, die sie benutzen konnten, noch zu roh waren, oder weil sie die Untersuchung selbst nicht zweckmäſsig führten, und die Inkongruenz begingen, aus ganzen Reihen von Beobachtungen nur drei einzelne zu ihrem Zwecke zu wählen, und die übrigen als nicht vorhanden zu betrachten. Asclepi, der dieses einsah, machte im Jahre 1772 den ersten, mit mehr Sachkenntniſs unternommenen, und schön durchgeführten Versuch dieser Art am Kometen von 1769: allein die vorhandenen Data waren noch nicht geeignet, ihm so gute Resultate zu geben, als er zu finden verdiente; — die höhere Stufe, auf welcher die praktische Astronomie jetzt steht, veranlaſste vor einigen Jahren eine nochmahlige Umarbeitung dieses Kometen, die, wegen der jetzt möglichen sicherern

Benutzung der ihr zum Grunde liegenden Thatsachen, auch sicherere Resultate gab.

Dieses war der einzige Komet, von welchem man, ausser dem Halleyschen, dessen Wiederkehr man aus seinen mehrmahligen Erscheinungen geschlossen hatte, mit Sicherheit behaupten konnte, er bewege sich in einer elliptischen Bahn. Indeſs waren seit 1769 die Beobachtungsmethoden noch mehr vervollkommnet, und noch besser, als der damals erschienene Komet, wurde der des Jahres 1807 beobachtet. Es war unmöglich, die lange Reihe seiner Ortsbestimmungen durch die parabolische Bewegung darzustellen: mit der gröſsten Sicherheit entdeckte man darin die Abweichung der Bahn von der Parabel. So wie die Wissenschaft wächst, wachsen auch ihre Bedürfnisse: es gehörten nun, sollte die Rechnung gleichen Schritt mit den Beobachtungen halten, feinere und mühsamere Untersuchungen zur Bestimmung seiner Bahn, als man bisher anwenden durfte.

Ich glaube in dem kleinen Werkchen, welches ich den Astronomen hier vorlege, nichts vernachlässigt zu haben, was zur Erreichung des mir vorgesetzten Zwecks, „die „Bahn des Kometen, der langen Reihe der Beobachtungen,

„und dem heutigen Zustande der Wissenschaft angemessen, „zu bestimmen“, führen konnte: ich übergebe es ihnen daher mit der Hoffnung, dadurch einem Felde, welches bis jetzt der Astronomie die wenigsten Früchte getragen hat, etwas abgewonnen zu haben.

Königsberg den 5 July 1810.

Erster Abschnitt.

Scheinbare Bahn des Kometen am Himmel.

1.

Lange schon hatten die Astronomen vergebens auf die Erscheinung eines grofsen, mit unbewaffneten Augen sichtbaren Kometen gehofft, als sich ihnen im September 1807 dieses schöne Schauspiel darbot. Im nördlichen Deutschlande herrschte am Ende dieses Monats trübe Witterung, die den Kometen bis in den Oktober den Blicken der Aufmerksamen entzog: ich war damals in Lilienthal, und sah erst am 4ten Oktober, da ich gerade mit andern astronomischen Beobachtungen beschäftigt war, den Kometen hinter einer, seit Sonnenuntergang den westlichen Horizont verdeckenden, und um 8 Uhr sich zertheilenden, Wolke hervorblicken. Der Herr Justizrath Schröter sah ihn fast in demselben Augenblicke, und die Anzeigen, die wir einander von der Erscheinung machen wollten, trafen zusammen.

Der Komet war sehr hell und schön, streckte einen mehrere Grade langen Schweif von sich, und zeigte in den Fernröhren einen lebhaft glänzenden und gut begrenzten Kern, der auf das unbewaffnete Auge einen stärkeren Eindruck machte, als der in seiner Nachbarschaft stehende Stern α Serpentis, welchem man die zweite Gröfse beilegt.

2.

Der Wunsch der Astronomen war also erhört, denn der erschienene Komet gehörte unter die gröſseren, die je beobachtet wurden; sein Kern war so scharf begrenzt, daſs man leicht und genau seinen Ort beobachten konnte, und seine langsame Bewegung nach Osten versprach eine lange Dauer der Erscheinung, welche uns vielleicht über die Natur der Bahn des Kometen, und über ihre Abweichung von der Parabel, etwas Bestimmteres lehren konnte. Kein Wunder also, daſs Alle den Kometen mit regem Eifer auf seinem Wege am Himmel verfolgten, und uns Reihen von Beobachtungen lieferten, deren Zahl es beweiset, daſs wir in einem Zeitalter leben, welches mehr Liebhaber der Astronomie besitzt, als eins der vorhergegangenen. Man würde ein Verzeichniſs von fast allen lebenden Astronomen schreiben, wenn man die Namen aller Beobachter dieses Kometen anführen wollte: einige Zeitschriften, die astronomischen Jahrbücher des Herrn Bode, die Connaissance des Tems, die Efemeridi di Milano, die Monatliche Korrespondenz des Herrn von Zach, und andere, überheben mich dieser Mühe, indem sie eine groſse Menge dieser Beobachtungen anführen. Nur bei solchen Beobachtungen, die ich für die Bestimmung der Bahn des Kometen zu benutzen gedenke, werde ich mich länger aufhalten.

3.

Am frühsten, den 9ten September, wurde der Komet, nach einer in einem Briefe von Piazzi an den Abt Oriani enthaltenen Nachricht, zu Castre Giovanni in Sicilien, von einem Augustinermönche gesehen. Am 20sten Sept. sah man ihn in Palermo, und am 21sten in Marseille, wo ihn Thulis schon am 22sten beobachtete.

Am längsten verfolgte man den Kometen in Petersburg, wo man ihn noch am 27sten März 1808 beobachtete. Er

wurde also 196 Tage lang gesehen, und 184 Tage lang astronomisch beobachtet; er durchwanderte in dieser Zeit die Jungfrau, die Wage, die Schlange, den Herkules, die Leier, den Schwan, die Friedrichsehre, die Kassiopeja, und verschwand in der Andromeda.

4.

Die Lilienthaler Sternwarte war zum würdigen Empfange des Kometen vorzüglich gut ausgerüstet; denn sie enthielt, ausser den bekannten großen und schönen Teleskopen, die recht geeignet waren, uns Aufschlüsse über die räthselhafte physische Beschaffenheit dieses Himmelskörpers zu verschaffen, einige kleinere Instrumente, die sich vorzüglich zu den Ortsbestimmungen des Kometen schickten. Die Beobachtungen zerfielen also in zwei Branchen, die wir, mein verehrter Freund der Herr Justizrath Schröter und ich, unter einander theilten. Der getroffenen Abrede zufolge, beschäftigten den Herrn S. ausschließlich die physichen Beobachtungen, deren merkwürdige Resultate er öffentlich bekannt zu machen jetzt im Begriff ist. Über diese schweige ich also ganz; säume aber nicht länger, das was die Ortsbestimmungen des Kometen angeht, mitzutheilen.

5.

Die Wahl der zu den Beobachtungen anzuwendenden Methode war nicht schwer zu treffen: denn eine längere Erfahrung hatte mich schon die Vorzüge des Kreismikrometers vor allen ähnlichen Hülfsmitteln kennen gelehrt. Dieses Instrument ist am leichtsten in gehöriger Vollkommenheit zu erhalten, am leichtsten zu prüfen, und am bequemsten zu gebrauchen; und es wird immer sehr gute Resultate geben, wenn man die gehörige Vorsicht nicht vernachlässigt.

Ich benutzte als Kreismikrometer die Blendung eines, aus zwei gleichen bikonvexen Linsen zusammengesetzten

Okulars; welche ich mit besonderer Vorsicht hatte ausdrehen lassen, und welche mittelst einer Schraube aufs genaueste in den Brennpunkt der Gläser gesetzt wurde. Das Fernrohr, bei welchem ich diesen Kreis anbrachte, war ein 7fufsiges Herschelsches Teleskop von vorzüglicher Schönheit, dessen Deutlichkeit und Lichtstärke es zu den Beobachtungen dieses Kometen eben so sehr qualificirten, als sein ganzer Bau, der erlaubte, dem Instrumente einen sehr festen Stand zu geben. Überdies sind Spiegelteleskope nach Newtonscher Art vorzüglicher zu Kreismikrometerbeobachtungen, als Fernröhre, deren Axe man parallel sieht; denn hier erhält der Körper oft eine geneigte, der Genauigkeit der Beobachtung schadende Lage, während er dort in seiner natürlichen aufrechten Stellung bleibt, und das Auge die Gegenstände immer in der horizontalen Richtung sieht. In diesem Fernrohre hatte das erwähnte Okular ein Sehefeld von 36′ 53″, 8; oder, dieses war der Durchmesser des, durch dasselbe an der Himmelskugel abgeschnittenen Kreises, dessen, durch die Zeit des Verweilens der Gestirne in ihm, gemessene Chorden zur Berechnung der Abstände der durch sie beschriebenen Wege, oder des Unterschiedes der Deklinationen, benutzt wurden.

6.

Zur Würdigung des Werths der mit diesem Instrumente gemachten Beobachtungen führe ich die Vorsichtsmafsregeln an, die seinem Gebrauche vorhergingen. Da die Berechnung der Beobachtungen am Kreismikrometer voraussetzt, dafs das Sehefeld wirklich einen Kreis am Himmel abschneidet, so ist vor allen Dingen die Rechtmäfsigkeit dieser Voraussezzung zu untersuchen: man mufs sich also, sowohl von der richtigen Koncentrirung der Spiegel, als von der genauen kreisförmigen Figur der Blendung, überzeugen. Denn wären die Spiegel, oder wenn man ein dioptrisches Fernrohr gebraucht, das Objektivglas, so gestellt, dafs die Fläche, auf welcher das durch sie vor dem Okular gemachte Bild

liegt, nicht senkrecht von der Axe des Okulars durchschnitten würde; so würde man auf einen, auf dieser Fläche gezogenen, Kreis nicht senkrecht sehen: er würde also als eine Ellipse erscheinen, und umgekehrt würde das in der kreisförmigen Blendung liegende Stück der Fläche einen nicht kreisförmigen, sondern elliptischen, Raum am Himmel abbilden.

7.

Die Mittel, den richtigen Stand der Spiegel zu erhalten, sind theils zu bekannt, theils zu leicht zu finden, als daſs sie hier erwähnt werden dürften. — Von der richtig kreisförmigen Figur des Sehefeldes habe ich mich durch ein Mittel überzeugt, welches mir so bequem zu seyn scheint, daſs ich es hier kurz anführen zu dürfen glaube. Ich wählte nämlich aus dem Piazzischen Sternverzeichnisse Sternenpaare aus, die in der geraden Aufsteigung wenig verschieden waren, deren Deklinationsunterschied aber etwas kleiner war, als der Durchmesser des Feldes von 36′ 53″, 8: von diesen lieſs ich den nördlichen nahe am nördlichen Rande des Sehefeldes hinstreichen, den südlichen nahe am südlichen, und bemerkte die Zeiten ihrer Ein- und Austritte. Das Verweilen der Sterne im Fernrohre gab mir dann zwei Chorden, welche, verbunden mit ihrem Abstande = dem Deklinationsunterschiede beider Sterne, den Durchmesser des Feldes mit groſser Genauigkeit angaben, indem ein Fehler der Beobachtung, bei der geringen Länge der Chorden, nur einen unbedeutenden Einfluſs auf das Resultat äuſsern konnte. Dann versuchte ich durch eine Drehung des Okulars um seine Axe, ob das Sehefeld allenthalben einen gleichen Durchmesser habe oder kreisförmig sey, und fand wirklich bei dem gebrauchten Okulare keine bemerkbare Abweichung. — [illegible] Art die kreisförmige Gestalt des Sehefeldes zu untersuchen, ist wohl die sicherste von allen; auch für die Bestimmung des Durchmessers des Kreises gewährt sie die meiste Genauigkeit; vorausgesetzt, daſs man den Deklinationsunterschied der beobach-

teten Sterne genau kennt. Sie verbindet mit diesen Vorzügen die Annehmlichkeit einer leichten Rechnung, wie man aus der folgenden Entwickelung sehen wird.

8.

Es bedeuten t, T die Zeiten, die die Sterne im Fernrohre zubringen, δ, δ' die Deklinationen, so dafs $\delta' = \delta + d$ ist, wo also d den Deklinationsunterschied bedeutet; D den Durchmesser des Sehefeldes. Nach dieser Bezeichnung sind die Chorden

$$a = 15\ t\ \mathrm{Cos}\ \delta$$
$$a' = 15\ T\ \mathrm{Cos}\ \delta'$$

und der Abstand der Chorden von einander, die kleinen im Fernrohre beschriebenen Bögen als gerade Linien betrachtet,

$$d = \tfrac{1}{2}(D^2 - a^2)^{\frac{1}{2}} + \tfrac{1}{2}(D^2 - a'^2)^{\frac{1}{2}}$$

Man verwandelt diese Gleichung leicht in

$$D^2 = d^2 + \tfrac{1}{2}(a^2 + a'^2) + \left\{\frac{a^2 - a'^2}{4\,d}\right\}^2$$

woraus man D durch eine unendliche Reihe, die sehr schnell convergirt, wenn $D - d$ klein ist, erhalten kann. Nennt man das, was man zu d addiren mufs, um D zu erhalten, x, so ist

$$x = \frac{a^2 + a'^2}{4\,d} - \frac{a^2 a'^2}{8\,d^3} + \frac{(a^2 + a'^2)\,a^2\,a'^2}{32\,d^5} - \text{etc.}$$

Kann man, welches gewöhnlich erlaubt ist, in dem Ausdrucke der Chorden Cos δ = Cos δ' setzen, so wird die Formel sich in folgende

$$x = \frac{(15\ \mathrm{Cos}\ \delta)^2}{4\,d}(t^2 + T^2) - \frac{(15\ \mathrm{Cos}\ \delta)^4}{8\,d^3}\,t^2\,T^2\ \text{etc.}$$

verwandeln, deren erstes Glied schon eine hinlängliche Genauigkeit gewährt. Jedoch wird man nicht für d den unmit-

telbar aus den Katalogen genommenen Werth setzen; man mufs diesen wegen der Strahlenbrechung um

$$\frac{-57''.\ \mathrm{Sin}\, d}{\mathrm{Sin}\,(\psi + \frac{1}{2}\delta + \frac{1}{2}\delta')^2}$$

verbessern, wo ψ aus der Gleichung

tang ψ = Cosin. Stundenwinkel × Cotang. Polhöhe

entspringt (Monatl. Korresp. B. 17. p. 209). Durch diese Methode wurde der Durchmesser des Feldes von Zeit zu Zeit bestimmt, und im Mittel aus einer grofsen Menge gut harmonirender Beobachtungen = 36′ 53″, 8 gefunden.

9.

Eine andere Vorsichtsmafsregel, die auch nicht vernachläfsigt wurde, bestand in der Konservation des gefundenen Gesichtsfeldes. Diese hängt offenbar von der immer gleichen Entfernung der Blendung vom grofsen Spiegel oder vom Objektivglase ab: nun rückt man gewöhnlich das Okular so lange bis man deutlich sieht, und für diesen Zustand des Instruments berichtigt man die Lage der Blendung, und bestimmt den Durchmesser des Sehefeldes. Allein das Auge ist nicht immer empfindlich genug, um für sich allein den Punkt des deutlichsten Sehens immer gleich bestimmen zu können; ferner involvirt diese Bestimmung etwas Willkührliches, weil das Auge sich sehr leicht an das Sehen in einer etwas grösseren oder geringeren Entfernung gewöhnt: also schon aus diesem Grunde über eine Verrückung des Okulars innerhalb einer, zumal bei einer schwachen Vergrösserung, nicht sehr engen Grenze nicht urtheilen kann. Bei einem Sehefelde von der angegebenen Grösse würde eine Verrückung des Okulars von 1 Linie den Durchmesser schon um 2″, 2 ändern. Man mufs also das Okular entweder ganz unverrückt stehen lassen, oder seine Stelle sehr genau bezeichnen, damit man ihm immer eine gleiche Lage geben kann.

10.

Das so zur Anstellung genauer Beobachtungen in den Stand gesetzte Instrument wurde in einem, isolirt im Garten stehenden und von allen Störungen freien, Gebäude aufgestellt: es ist dieses ein für eine parallatische Maschine gebautes Thürmchen, dessen Dach aus 8 Klappen besteht, um mit dem auf der Maschine ruhenden 10fufsigen Dollondschen Fernrohre den ganzen Himmel übersehen zu können. Ich wählte dieses Thürmchen, theils der dort herrschenden Ruhe wegen; vorzüglich aber wegen des Schutzes, den es meinem Instrumente vor dem oft heftig tobenden Winde gewährte, in welchem Falle ich nur eine der Klappen öffnete, und alle andere Oeffnungen verschlofs, um dem Instrumente dadurch einen soliden Stand zu verschaffen.

11.

Kaum darf ich es erwähnen, dafs ich die Bestimmung der Oerter des Kometen, vorzüglich der Deklinationen, immer gern auf eine Vergleichung mit solchen Sternen gründete, die sich so nahe als möglich auf dem Parallel des Kometen befanden. In diesem Falle, der die sichersten Resultate geben mufs, indem er alle Unregelmäfsigkeiten des Feldes, und den noch übrig gebliebenen Fehler in der Bestimmung seines Durchmessers, fast ganz, oder ganz aufhebt, beobachtete ich die Durchgänge, abwechselnd nördlich und südlich vom Mittelpunkte, um dadurch der Unsicherheit auszuweichen, die eine irrige Schätzung der Ein- und Austritte bei der Deklination erzeugen mufs. Denn da der Komet und der Stern ein sehr verschiedenes Ansehen hatten; jener, wegen der ihn umgebenden Nebelhülle, allmählig ein- und austritt, dieser aber plötzlich zum Vorschein kam und verschwand: so konnte man vielleicht bei beiden die Ein- und Austritte etwas verschieden beobachten. Die angegebene Verwechselung der Stellen des Feldes mufste die hieraus entstehenden Fehler auf verschie-

dene Seiten bringen, also beim Mittel ganz oder zum Theil aufheben. Jedoch habe ich nie mit Bestimmtheit einen aus dieser Ursache entstehenden Fehler bemerkt, und es hat mir daher geschienen, daſs diese Unsicherheit beim Gebrauche des Kreismikrometers nicht Statt findet.

12.

Ein wesentlicherer Fehler der Beobachtung kann aus der Undeutlichkeit entstehen, mit welcher zuweilen der Kern der Kometen sich zeigt. Bei unserm Kometen war der Mittelpunkt am Anfange der Erscheinung sehr gut zu unterscheiden; später aber verlor er viel von seinem Glanz, schien sich immer mehr mit dem Nebel zu vermischen, und war im Februar kaum mehr zu unterscheiden; und jetzt waren seine Ein- und Austritte nicht mehr so gut zu beobachten, als vorher. Doch glaube ich, daſs die Summe aller Fehler der Beobachtung gewöhnlich 10″, in ungünstigen Fällen 15″, und bei den schlechtesten Beobachtungen 20″, nicht überstiegen hat.

13.

Einen eben so groſsen Einfluſs auf das Resultat können die Fehler der Reduktion, d. i. die Unrichtigkeit der angenommenen Oerter der verglichenen kleinen Sterne äuſsern. Den gröſseren Theil dieser kleinen Sterne kennt man nur aus der Histoire Céleste von Lalande, und gewöhnlich ist man gezwungen, den Ort aus einer einzelnen Beobachtung, oft nur der Antrittszeit an einen Faden, zu berechnen. So gewiſs es ist, daſs diese Sammlung von Beobachtungen mit vieler Sorgfalt von einem sehr geübten und die Genauigkeit liebenden Astronomen angestellt worden ist: so gewiſs ist es auch auf der andern Seite, daſs die Oerter der Sterne, die man unter den angeführten Umständen daraus berechnet, nicht bis auf wenige Sekunden sicher seyn können. Indeſs

sind diese Fehler eigentlich weniger bedeutend, als die der Beobachtungen selbst, denn sie lassen sich immer berichtigen, wenn die Oerter der Sterne genauer bekannt werden. So hat man sehr oft alte Beobachtungen von Kometen und Planeten dadurch genauer reducirt, daſs man ihnen neuere Sternpositionen zum Grunde legte; und auch die neueren Beobachtungen wird man in der Folge besser benutzen können, wenn die Astronomen die Pflicht gegen die Enkel nicht aus den Augen setzen, und es versäumen, nach den rühmlichen Beispielen Maskelyne's und Messiers so viel Detail mitzutheilen, als eine neue Reduktion voraussetzt. Auch ich werde in der folgenden Auseinandersetzung meiner Beobachtungen dieses thun, jedoch, gröſserer Kürze halber, eine von der gewöhnlichen etwas abweichende Form wählen.

14.

Nach diesen, wie es mir däucht, zur Schätzung des Werths der Beobachtungen nothwendigen Angaben, gehe ich zu ihnen selbst über, und liefere sie in der Hoffnung, daſs Kenner unter ihnen manche brauchbare finden werden.

1807. Oktob. 4.

Nur einmal konnte ich den Kometen mit ω Serpentis vergleichen, dessen Ort, nach Piazzi, für die Beobachtungszeit $= 226° 24' 35'', 5$ et $5° 39' 54'', 0$ angenommen wurde. Ich erhielt daraus

Oktob. 4. $7^{U} 58' 50''$ Mz. AR $= 226° 51' 44''$; Decl. $5° 33' 31''$ sehr zweifelhaft wegen der Wolken und des Geräusches.

Oktob. 5.

Eine Okularschätzung gab für

$8° 8'$ Mz. $227° 57'$; $6° 28'$

Oktob. 8.

Der Komet erschien noch heller als α Serpentis. Bei sehr heftig tobendem Sturme gelangen 10 Vergleichungen mit folgenden Sternen:

Scheinbarer Ort.

a	9 Gr.	230° 47′ 5″,9	— 9° 14′	Histoire Cél. p. 167. 3 Juny 1795.
b	8.9 -	230° 47′ 5″,9	— 9° 12′	
c	9 -	230° 41′ 28″,4	— 9° 4′ 6″,4	
d	9 -	230° 29′ 13″,4	— 9° 6′ 56″,4	

Bezeichnet man die Korrektionen, die man an die angenommenen geraden Aufsteigungen und Abweichungen anbringen muſs, um die wahren Oerter zu erhalten, durch die Buchstaben der Sterne, so hat man den wahren Ort des Kometen

$6^U 55' 47''$. $231°1'20'',4 + 0{,}308a + 0{,}308b + 0{,}258c + 0{,}258d$ ⎫ 10
$9°9'23'',1 + 0{,}722c + 0{,}278d$ . . . . ⎭ Beobb.

die Beobachtungen nicht sehr genau wegen des heftigen Sturms.

Oktob. 9.

Bei gleich starkem Sturme, aber viel heiterer Luft, als gestern.

Verglichene Sterne.

a	9 Gr.	232° 34′ 28″,4	— 9° 38′ 2″,8	Histoire Cél. p. 167. 3 Juny 1795.
b	9 -	232° 36′ 13″,4	— 9° 46′ —	
c	8 -	232° 57′ 13″,4	— 9° 55′ 52″,8	

$6^U 55' 34''$. $232°2'41'',5 + 0{,}333a + 0{,}333b + 0{,}333c$ ⎫ 9 Beobb.
$10°2'11'',9 + 0{,}667a + 0{,}333c$ . . . . . ⎭

Oktob. 11.

Unter Wolken.

Verglichener Stern.

a 8.9 Gr. 233° 50′ 11″,3 — 11° 26′ 26″,1 Hist. Cél. p. 84. 16 Juny 1794.

$7^U 6' 9''$. $234°\ 4'57'',5 + a$ ⎫ 5 Beobb.
$11°46'59'',9 + a$ ⎭

Einem andern Sterne 7ter Gröſse, den ich in den Katalogen nicht finde, folgte der Komet zur angegebenen Zeit um 14′ 5″, 4 in Bogentheilen. Die Bestimmung der Deklination ist nicht sehr sicher.

Oktob. 13.

Unter Streifwolken.

Verglichene Sterne.

a	Anonyma	236° 2′ 51″, 5	— 12° 56′ 12″, 8	Piazzi's Katalog.
b	37 Serpentis	236° 3′ 53″, 8	— 13° 48′ 47″, 1	

6ᵁ 32′ 25″. 236° 4′ 1″, 4 + 0,5 a + 0,5 b } 10 Beobb.
13° 27′ 46″, 5 + 0,5 a + 0,5 b

Diese Beobachtung gehört unter die schlechteren.

Oktob. 14.

Bei fast heiterem Himmel, jedoch einzelnen Unterbrechungen von Streifwolken.

Verglichene Sterne.

a	8. 9 Gr.	237° 38′ 28″, 3	— 14° 1′	Hist. Cél. p. 159. 14 May 1795.
b	8. 9 -	237° 58′ 21″, 1	— 14° 7′	
c	7. 8 -	237° 59′ 13″, 8	— 13° 49′ 40″, 5	
d	9. 10 -	238° 2′ 51″, 0	— 14° 10′	

6ᵁ 59′ 39″. 237° 4′ 29″, 2 + 0,25 a + 0,25 b + 0,25 c + 0,25 d } 8 Beobb.
14° 17′ 56″, 4 + c . . . .

Oktob. 15.

Unter Wolken gelangen zwei Beobachtungen; allein sie wurden so oft gestört, daſs ich sie nicht der Rechnung werth hielt.

Oktob. 17.

Auch heute erhaschte ich in einer schmalen Wolkenspalte 3 Vergleichungen, die aber unsicher waren, und deshalb nicht angeführt zu werden verdienen.

Oktob. 19.

Heiterer Himmel.

Verglichene Sterne.

a	7. 8 Gr.	241° 33′ 17″,5 — 18° 42′ 51″,4	Hist. Cel. p. 73.	
b	8 -	242° 18′ 54″,8 — 18° 15′ 39″,1	15 May 1794.	
c	8. 9 -	243° 10′ 54″,1 — 18° 19′ 2″,7		

a kömmt noch einmal in der Hist. Cel. p. 75. den 30 May 1794 vor. Die Deklination von *b* würde nach der H. C. 30″ gröſser seyn; allein ihr Unterschied von der Deklination von *c* beträgt nach 4 Kreismikrometerbeobachtungen 3′ 22″,6: ich habe also einen Druckfehler von 30″ in der Zenithdistanz angenommen, um *b* und *c* unter sich, und mit *a* zu vereinigen.

6U 41′ 56″.	241° 58′ 1″,9 + 0,5 *a* + 0,5 *b* 18° 15′ 29″,8 + 0,5 *a* + 0,5 *b*	6 Beobb.
7U 18′ 35″.	241° 59′ 27″,0 + 0,5 *a* + 0,5 *c* 18° 16′ 25″,3 + 0,5 *a* + 0,5 *c*	4 —

Oktob. 20.

Sehr schöner, heiterer Himmel. Der Komet stand nahe bei γ Herculis, einem Sterne, dem Piazzi die 3te bis 4te Gröſse giebt. In der Dämmerung war die Helligkeit des Kometen so genau der Helligkeit des γ gleich, daſs es mir nicht möglich war, einen Unterschied zu bemerken; späterhin machte der Komet einen lebhafteren Eindruck auf das unbewaffnete Auge, als der Stern.

Verglichene Sterne.

a	6 Gr.	241° 44′ 24″,3 — 19° 18′	16 Herculis (Piazzi.)
b	8 -	242° 6′ 21″,0 — 19° 21′	Anonyma (Piazzi.)
c	8 -	242° 14′ 18″,3 — 19° 16′	H.C.p.75. 30May 1794.
d	3. 4 -	243° 21′ 30″,8 — 19° 37′ 3″,5	γ Herculis. Piazzi.

7U 5′ 25″.	242° 57′ 22″,8 + 0,267 *a* + 0,367 *b* + 0,367 *c* 19° 1′ 43″,7 + *d*	5 Beobb.

Die Deklination ist etwas unsicher.

Oktob. 21.

Sehr schöner heiterer Himmel, und deshalb gute Beobachtungen.

Verglichene Sterne.

a	3. 4 Gr.	243° 21′ 30″,8	— 19° 37′ 3″,1	Piazzi's Katalog.
b	7. 8 -	242° 49′ 36″,3	— 20° 18′ 25″,0	Hist. Cél. p. 75.
c	8 -	243° 39′ 0″,4	— 19° 58′ 0″,6	30 May 1794.
d	7 -	243° 55′ —	— 19° 57′ 8″,6	

Der Stern *d* hat in der Hist. Cél. eine falsche Durchgangszeit; sie sollte etwa 38″ gröfser seyn. Dagegen gehört die diesem Sterne zugeschriebene Durchgangszeit einem andern, dessen Zenithdistanz etwa 28° 43′ seyn mufs. Es stehen also zwei Sterne am Himmel, die die Hist. Cél. in einen verwandelt. Auch die Zenithdistanz von *b* scheint um 1 Minute verdruckt zu seyn, und mufs 28° 29′ 6″ gelesen werden.

6ᵁ 22′ 44″. 243° 53′ 51″,1 + 0,625 *a* + 0,375 *c*
19° 44′ 47″,3 + *a* . . . . } 8 Beobb.

7ᵁ 20′ 35″. 243° 56′ 8″,3 + 0,333 *a* + 0,333 *b* + 0,333 *c*
19° 46′ 40″,4 + *b* . . . . } 3 Beobb.

Oktob. 22.

Verglichene Sterne.

a	8 Gr.	243° 39′ 0″,4	— 19° 58′ 0″,6	Hist. Cél. p. 75.
b	7 -	243° 53′ —	— 19° 57′ 8″,6	30 May 1794.
c	5 -	245° 32′ 29″,0	— 20° 54′ 39″,7	H.C. p. 468. 4 März 1799.

Der Stern *c* steht unter den Beobachtungen des 4 März 1799, gehört aber eigentlich in die den 3 März 1799 beobachtete Zone, durch welche ich ihn reducirt habe; seine gerade Aufsteigung scheint mir einer Prüfung zu bedürfen.

6ᵁ 55′ 23″. 244° 53′ 12″,1 + *a* . . . . . .
20° 29′ 45″,5 + 0,5 *a* + 0,5 *b* } 4 Beobb.

7ᵁ 2′ 2″. 244° 53′ 37″,6 + *c* . . . . . .
20° 30′ 8″,0 + *c* . . . . . . } 5 —

Die geraden Aufsteigungen sind nicht sehr sicher, weil die Sterne und der Komet nahe an den Rändern des Feldes durchgingen.

Oktob. 23.

Verglichene Sterne.

a	5 Gr.	245° 32′ 29″,0 — 20° 54′ 39″,7	H. C. p. 468. 4 März 1799.
b	8 -	246° 59′ 50″,6 — 21° 9′ 38″,5	Anonyma. Piazzi's Katal.
c	8.9 -	244° 50′ 32″,8 — 21° 17′ 3″,5	H. C. p. 468. 3 März 1799.
d	8 -	244° 51′ 17″,8 — 21° 20′ 37″,6	

$7^{U} 57' 15''$. $245° 54' 47'',2 + 0,571\,b + 0,214\,c + 0,214\,d$ 7 Beobb.
$21° 14' 58'',3 + 0,500\,b + 0,25\,c + 0,25\,d$ 6 —

Die Beobachtungen des Sterns *a* harmonirten gar nicht mit den übrigen; ohne sie auszuschliefsen, würde ich die AR

$= 245° 54' 28'',3 + 0,309\,a + 0,357\,b + 0,167\,c + 0,167\,d$ — 7 Beobb.

erhalten haben.

Oktob. 25.

Sehr heitere Luft, bei welcher gute Beobachtungen des Kometen angestellt werden konnten.

Verglichene Sterne.

a	247° 46′ 24″,8 — 22° 36′ 39″,7	Hist. Cél. p. 474. 15 Juny 1794.
b	248° 17′ 6″,6 — 22° 49′ 32″,3	- - p. 469. 22 März -
c	248° 11′ 56″,9 — 23° 9′ 4″,6	
d	247° 47′ 21″,5 — 22° 24′ 3″,6	- - p. 474. 15 Juny -
e	248° 11′ 9″,9 — 22° 19′ 52″,2	

$6^{U} 37' 49''$. $247° 49' 0'',0 + 0,467\,a + 0,267\,b + 0,267\,c$
$22° 37' 1'',5 + 0,4\,a + 0,6\,c$ . . . . . } 5 Beobb.

$6^{U} 45' 4''$. $247° 49' 3'',8 + 0,333\,a + 0,333\,d + 0,333\,e$
$22° 37' 14'',0 + a$ . . . . } 5 —

Oktob. 28.

Nach Sonnenuntergang etwas heiter; dann Regen und Wolken. Ich verglich den Kometen mit zwei Piazzischen Sternen

a	5 Gr.	250° 56′ 48″,8	— 24° 59′ 30″,9	51 Herculis	Piazzi.
b	7 -	252° 25′ 52″,4	— 24° 41′ 29″,7	Anonyma	

5ᵁ 58′ 23″. 250° 44′ 34″,8 + *a* . . . . . 5 Beobb.
24° 37′ 20″,0 + 0,5 *a* + 0,5 *b* 8 —

Diese Beobachtung gehört nicht unter die feineren.

Oktob. 29.

Ein heftiger Sturm trieb häufig Wolken vor dem Kometen vorüber, die die Beobachtungen sehr erschwerten; indefs waren diese doch möglich, denn ich erhielt 8 Durchgänge.

Verglichene Sterne.

a	5 Gr.	250° 56′ 48″,8	— 24° 59′ 30″,9	51 Herculis	Piazzi.
b	6 -	252° 24′ 21″,3	— 25° 39′ 44″,7	57 -	

6ᵁ 38′ 31″. 251° 45′ 27″,1 + *b*
25° 17′ 46″,4 + *b* 4 Beobb.

6ᵁ 48′ 42″. 251° 45′ 39″,0 + *a*
25° 17′ 51″,4 + *a* 4 —

Oktob. 31.

Der Abend war sehr heiter und ruhig. In der hellen Dämmerung war der Komet nicht völlig mehr so hell, als γ Herculis; allein bei zunehmender Dunkelheit wurde er augenfälliger, als dieser Stern.

Verglichene Sterne.

a	8 Gr.	253° 7′ 17″,2	— 26° 32′ 29″,4	Hist. Cél. p. 169.
b	8 -	254° 18′ 54″,7	— 26° 52′ 56″,4	2 July 1795.

6ᵁ 43′ 11″. 253° 44′ 45″,5 + 0,357 *a* + 0,643 *b*
26° 34′ 7″,2 + 0,357 *a* + 0,643 *b* 7 Beobb.

November 3.

Der Komet erschien heute in der Dämmerung später, als γ Herculis, allein früher als δ. Der Sturm war äufserst heftig, so dafs er das Gebäude, in welchem ich mich befand, zuweilen merklich erschütterte.

Verglichene Sterne:

a	8 Gr.	256° 23′ 8″,0	— 28° 10′ 42″,8	H.C. p. 299. 25 July 1797.
b	9 -	256° 28′	— 28° 59′ 0″,9	Hist. Cél. p. 168.
c	- -	257° 34′	— 28° 57′ 8″,5	3 Juny 1795.

6^U 14′ 17″. 256° 44′ 54″,6 + a . . . . . 4 Beobb.
28° 23′ 19″,0 + 0,6 b + 0,4 c 5 —

Da die zur Bestimmung der Deklination benutzten Sterne um fast den ganzen Durchmesser des Sehefeldes von dem Kometen abstanden, und deshalb das Resultat von der Bestimmung des Durchmessers des Sehefeldes sehr abhing, so untersuchte ich diesen durch 4 Durchgänge von α Ophiuchi, und der ihm nördlich stehenden, von Flamsteed mit No. 54 und 56 bezeichneten Sterne. Die Störung durch den Sturm war hierbei noch merklicher, als bei den Kometenbeobachtungen. Indefs erhielt ich den Durchmesser des Sehefeldes

= 36′ 53″, 79
57″, 65 ::
53″, 13
57″, 52

Die Abweichungen von dem, vorher aus vielen Beobachtungen bestimmten Durchmesser 36′ 53″, 8, sind geringer, als bei den ungünstigen Umständen die Beobachtungsfehler seyn können.

November 5.

Der Komet erschien mir heute ungewöhnlich heiter, und sein Kern klein und scharf begrenzt, so dafs es mir Anfangs

schien, es stehe ein kleiner Fixstern hinter ihm. Die Beobachtungen gewannen dadurch.

Verglichene Sterne.

a	9 Gr.	258° 52′ 20″,7 — 29° 32′ 21″,7	
b	7.8 -	259° 41′ 29″,3 — 29° 38′ 5″,3	

6ᵁ 1′ 21″.	258° 46′ 43″,6 + 0,5 a + 0,5 b	5 Beobb.
	29° 33′ 20″,8 + 0,5 a + 0,5 b	4 —

November 6.

Unter Wolken gelangen heute einige Beobachtungen des Kometen, die jedoch die Deklination nicht mit so grofser Schärfe bestimmten, als ich gewünscht hätte.

Verglichene Sterne.

a	259° 41′ 29″,3 — 29° 38′ 5″,3	Hist. Cél. p. 168. 3 Juny 1795.
b	259° 57′ 41″,5 — 30° 0′	
c	260° 0′ 12″,8 — 30° 18′	
d	260° 14′ 43″,5 — 30° 0′	
e	260° 16′ 45″,0 — 30° 0′	

6ᵁ 22′ 50″.	259° 49′ 19″,1 + 0,167 a + 0,597 b + 0,097 c + 0,097 d + 0,042 e	6 Beobb.
	30° 8′ 10″,8 + a	3 —

November 7.

Verglichene Sterne.

a	8 Gr.	260° 14′ 42″,7 — 30° 26′	H. C. p. 168. 3 Juny 1795.
b	5.6 -	260° 54′ — 31° 18′ 52″,2	- - p. 473. 6 Juny 1799.

7ᵁ 44′ 25″.	260° 54′ 40″,7 + a	7 Beobb.
	30° 43′ 13″,6 + b	

November 10.

Schöne heitere Luft; allein der Komet konnte nur mit einem bekannten, übrigens nicht sehr vortheilhaft gelegenen

Sterne verglichen werden; ich gebe also die folgenden Beobachtungen nicht als sehr zuverlässig. Bei dem sehr hellen Mondscheine erschien der Komet nur etwas weniges lebhafter als ϱ Herculis.

Verglichener Stern.

a 8 Gr. 264° 18′ 33″,7 — 31° 45′ 9″,7 Hist. Cél. p. 473. 6 Juny 1799.

6ᵁ 10′ 9″.	263° 58′ 36″,0 + *a*	7 Beobb.
	32° 18′ 25″,6 + *a*	

November 15.

Der Komet konnte nur durch dünne Wolken beobachtet werden.

Verglichener Stern.

a 7.8 Gr. 270° 4′ 47″,3 — 24° 48′ 40″,7 H. C. (p. 18. 7 Aug. 1793. p. 293. 18 Jun. 1797.

6ᵁ 48′ 35″.	269° 21′ 0″,3 + *a*	4 Beobb.
	34° 48′ 25″,7 + *a*	2 —

November 20.

Unter dem heftigsten Sturme beobachtete ich heute den Kometen; er war nun, mit bloſsen Augen gesehen, in der Dämmerung schon etwas dunkeler, als ε und ζ Lyrae; später wurde er ihnen gleich.

Verglichene Sterne.

a	8.9 Gr.	275° 3′ 47″,8	— 37° 20′ 16″,2	Hist. Cél. p. 295. 11 July 1795.
b	8 -	275° 31′ 8″,9	— 37° 8′ 29″,9	
c	8 -	275° 53′ 23″,9	— 37° 6′ 5″,9	

6ᵁ 11′ 23″.	274° 48′ 9″,7 + 0,333 *a* + 0,271 *b* + 0,395 *c*	8 Beobb.
	37° 2′ 28″,6 + 0,375 *b* + 0,625 *c*	4 —

Die Beobachtungen harmonirten, wahrscheinlich des Sturms wegen, nicht sonderlich; doch scheint mir die Rektascension gut zu seyn.

November 21.

Unter Wolken erhaschte ich einige Vergleichungen des Kometen mit einem Paar Lalandescher Sterne; allein sie sind von keinem Werthe.

November 22.

Heitere ruhige Luft, und gute Beobachtungen des Kometen.

Verglichene Sterne.

a	7 Gr.	276° 54′ 58″,9	—	38° 17′ 48″,8	H. C. p. 295. 11 July 1797.
b	8 -	278° 17′ 17″,7	—	37° 49′ 36″,3	- - p. 297. 17 - -
c	7.8 -	278° 25′ 9″,8	—	38° 12′ 2″,3	Piazzi's Katalog.

$6^U 23' 10''$. $\left.\begin{array}{l} 277° \; 2' 35'',7 + 0{,}208\,a + 0{,}583\,b + 0{,}208\,c \\ 37° 52' \; 4'',5 + 0{,}208\,a + 0{,}583\,b + 0{,}208\,c \end{array}\right\}$ 8 Beobb.

November 25.

Der Komet konnte in einer wolkenfreien Stunde mit einigen Sternen der Leier verglichen werden; er war nun schon beträchtlich dunkler geworden, als ε und ζ Lyrae.

Verglichene Sterne.

a	7 Gr.	279° 12′ 57″,3	—	39° 7′ 10″,4	H. C. p. 12. 2 Aug. 1793.
b	5 -	279° 29′ 51″,7	—	39° 25′ 23″,6	5 Lyrae
c	5 -	279° 29′ 25″,9	—	39° 28′ 52″,2	ε -
d	7 -	281° 3′ 27″,2	—	39° 7′ 34″,4	H. C. p. 12. 2 Aug. 1793.
e	— -	281° 15′ 9″,4	—	39 6′ 5″,3	H. C. p. 12. 2 Aug. 1793.

$8^U 3' 0''$. $\left.\begin{array}{l} 280° 29' 53'',0 + 0{,}2a + 0{,}2b + 0{,}2c + 0{,}3d + 0{,}1e \\ 39° \; 3' 27'',6 + 0{,}267a + 0{,}067b + 0{,}267c + 0{,}2d + 0{,}2e \end{array}\right\}$ 5 Beobb.

Die Deklination ist unsicher, denn die einzelnen Beobachtungen stimmen schlecht unter einander.

December 4.

Der Sturm tobte heftig, allein ich erhaschte zwischen Wolkenspalten ziemlich gute Beobachtungen des Kometen.

Verglichene Sterne.

a	8.9 Gr.	290° 46′ 36″,4 — 42° 15′ 14″,8	H.C. p.237. 19July1795.	
b	8.9 -	291° 58′ 7″,1 — 41° 57′ 3″,9		
c	6 -	292° 5′ 57″,0 — 42° 0′ 12″,0		
d	6.7 -	291° 59′ 29″,0 — 41° 31′ 9″,3	- - p.295. 24Juny1797.	

8U 46′ 10″. 290° 50′ 24″,7 + 0,2 a + 0,267 b + 0,367 c + 0,167 d 5 Beobb.
42° 2′ 52″,2 + 0,357 b + 0,429 c + 0,214 d . . . . 7 —

December 6.

Der Sturm war aufs Höchste gestiegen; allein die Beobachtungen des Kometen gelangen gut.

Verglichene Sterne.

a	5.6 Gr.	293° 17′ 35″,5 — 42° 22′	No. 14. Cygni.
b	6.7 -	293° 36′ 45″,8 — 42° 38′ 28″,2	H. C. (p. 237. 19 July 1795. p. 295. 24 Juny 1797.

6U 10′ 45″. 293° 1′ 33″,6 + a 8 Beobb.
42° 34′ 39″,6 + b 10 —

Bei der Rektascension habe ich allein den Stern a, der sich in Piazzi's Katalog findet, zum Grunde gelegt, denn b scheint mir nicht so am Himmel zu stehen, wie es die Beobachtungen der Hist. Cél. angeben. Der Unterschied der AR ergab sich nämlich aus 9 Kreismikrometervergleichungen = 18′ 54″, 4; und nicht, wie er aus der Hist. Cél. seyn sollte, 19′ 10″, 3. Wollte man nun den Stern b mit zum Grunde legen, so würde man

$$293^\circ\ 1'\ 41'',5 + 0,5\,a + 0,5\,b$$

erhalten.

December 10.

Sehr heitere schöne Luft, die die Anstellung guter Beobachtungen des Kometen erlaubte.

Verglichene Sterne.

a	8.9 Gr.	297° 39′ 14″,3 — 43° 46′		Hist. Cél. p. 11.
b	9 -	297° 54′ 46″,0 — 43° 53′		29 July 1793.
c	6.7 -	298° 51′ 58″,0 — 43° 35′ 46″,8		

6ᵁ25′28″. 297°39′24″,7 + 0,181 *a* + 0,181 *b* + 0,639 *c* 12 Beobb.
43°35′24″,8 + *c* . . . . 11 —.

December 14.

Heute war, bei dem hellen Mondscheine, der Komet kaum mit bloſsen Augen zu erkennen. Er ging auf ein sehr feines Sternchen, welches man im 7 f. Herschel kaum erkennen konnte, zu, und mogte es 6ᵁ 0′ Mz. bedecken. Ich eilte zu den stärkeren Teleskopen, um dort die Bedeckung des Sternchens zu beobachten; allein der Komet stand für sie zu hoch. Im 7 f. Herschel war aber, bei der äussersten Feinheit des Gegenstandes, nichts davon zu erkennen. Schneewolken, die Anfangs einzeln vorüberzogen, wurden bald so häufig, daſs ich die Beobachtungen schlieſsen muſste.

Verglichene Sterne.

a	6.7 Gr.	302° 26′ 35″,1 — 45° 0′ 8″,2
b	8 -	302° 57′ 33″,0 — 44° 49′
c	9 -	302° 56′ 50″,8 — 44° 28′ 50″,7
d	8 -	302° 35′ 0″,4 — 44° 46′

Diese Sterne stehen in der Histoire Céleste

a, *c* . . p. 1. 27 Sept. 1791.
a, *b*, *c* p. 11. 29 July 1793.
a, *b*, *d*. p. 240. 5 Aug. 1796.

5ᵁ45′30″. 302° 13′31″,4 + 0,25 *a* + 0,375 *b* + 0,375 *d*
44°27′30″,2 + 0,25 *a* + 0,75 *c* . . . . . 4 Beobb.

Nach dem 14 December fiel noch anhaltender trübes Wetter ein, und es war unmöglich, vor dem 28 December die Sonne oder einen Stern zu sehen. An diesem Tage war

der Himmel mit Dunstwolken belegt, die das Licht der Sterne wohl durchschimmern liefsen, allein den Kometen so verwaschen und undeutlich darstellten, dafs an eine Beobachtung gar nicht zu denken war. Ein gemachter Versuch schlug, wie es sich erwarten liefs, fehl, und zeigte mir, dafs man die Ein- und Austritte des Kometen kaum bis auf 10″ genau beobachten konnte. Nicht besser war es am 1 Januar, wo ich den Kometen wiedersah, und erst am

Januar 4. 1808

gelangen mir einige Beobachtungen, die aber, bei der schon ziemlich grofsen Lichtschwäche des Kometen, den vorigen Beobachtungen an Genauigkeit nicht gleichkommen.

Verglichene Sterne.

a	8.9 Gr.	326° 50′ 47″,3 — 47° 18′ 5″,5	Hist. Cél. p. 363.	
b	8.9 -	326° 12′ 23″,9 — 47° 39′ 18″,8	27 July 1790.	

9^U 49′ 40″.	325° 17′ 16″,1 + a . . . . 47° 13′ 11″,1 + 0,5 a + 0,5 b	4 Beobb.
11^U 34′ 32″.	325° 21′ 47″,6 + a . . . . 47° 13′ 40″,9 + 0,5 a + 0,5 b	4 —

Januar 12.

Zwischen Schneewolken erhaschte ich einige Beobachtungen, die, trotz dem Vollmonde, ziemlich gut ausfielen.

Verglichene Sterne.

a	9 Gr.	333° 33′ 2″,7 — 47° 53′	Hist. Cél. p. 363. 27 July 1790.
b	9 -	333° 38′ 5″,7 — 47° 53′	
c	9 -	333° 59′ 51″,6 — 47° 40′ 55″,2	
d	9 -	334° 6′ 12″,2 — 47° 51′	

Die Zenithdistanz des Sterns *c* in der Hist. Cél. ist, wie ich durch Vergleichungen am Kreismikrometer fand, unrichtig;

sie scheint mir 88° 43′ 2″, statt 88° 40′ 2″ gelesen werden zu müssen.

6ᵁ58′59″. 333° 3′58″,2+0,219*a*+0,094*b*+0,594*c*+0,094*d* 8 Beobb.
47° 40′58″,8+*c* . . . . 7 —

Januar 21.

Ein heiterer Abend, an welchem der Komet, dessen Kern im 7fuſsigen Herschelschen Teleskope noch sichtbar war, mit 4 Sternen der Hist. Cél. verglichen wurde.

Verglichene Sterne.

a	8 Gr.	339° 58′	— 48° 34′ 25″,8	Hist. Cél. p. 363. 27 July 1790.
b	9 -	340° 12′	— 48° 33′ 26″,1	
c	9 -	340° 41′ 3″,1	— 47° 36′ 36″,3	
d	8 -	340° 43′ 5″,5	— 47° 43′	

7ᵁ26′ 15″. 341° 19′ 13″,0+0,4 *c* +0,6 *d* . . . . . 5 Beobb.
47° 59′ 15″,3+0,214 *a*+0,214 *b*+0,572 *c* 7 Beobb.

Januar 23.

Der Komet war bei sehr heiterer Luft wieder ziemlich hell, und in den Suchern der Teleskope sichtbar geworden.

Verglichene Sterne.

a	6 Gr.	342° 9′ 26″,8	— 47° 40′ 2″,5	Hist. Cél. p. 363.
b	9 -	344° 7′ 11″,1	— 48° 1′ 26″,5	27 July 1790.
c	6.7 -	344° 45′ 58″,9	— 48° 15′ 24″,1	No. 5 Andromedae.

6ᵁ49′6″. 343° 2′ 37″,9+0,125 *a*+0,688 *b*+0,187 *c*
48° 2′ 5″,2+0,125 *a*+0,125 *b*+0,75 *c* } 8 Beobb.

Januar 28 und 31.

Mein Tagebuch enthält an diesen Tagen angestellte Beobachtungen des Kometen; allein sie sind von Bemerkungen begleitet, die ihren Werth so verringern, daſs mir ihre Berechnung kein Interesse zu haben schien. Beidemal

war der Himmel mit Dunstwolken belegt, die den ohnehin schwachen Schein des Kometen fast zum Verschwinden schwächten. Auch am 14 Februar war es etwas heiter; allein der Sturm war so heftig, daſs er die Dachklappen zu zerschmettern drohte, ich also nicht wagen durfte, sie zu öffnen. Allein am

Februar 19.

war sehr schöner heiterer Himmel, der mir erlaubte, den Kometen so genau zu beobachten, als es bei seiner groſsen Lichtschwäche möglich war.

Verglichene Sterne.

a	8.9 Gr.	3° 53′ 17″,0 — 48° 36′	}	Hist. Cél. p. 304.
b	8.9 -	3° 59′ 7″,7 — 48° 19′ 47″,8	}	3 Nov. 1797.

7^U 20° 6″.	3° 43′ 35″,7 + 0,214 *a* + 0,786 *b*	7 Beobb.
	48° 21′ 17″,1 + *b*	6 Beobb.

Februar 20.

Der Himmel war noch heiterer, als gestern, und die Beobachtungen geriethen, wie es mir schien, gut.

Verglichener Stern.

a 8.9 Gr. 3° 59′ 7″,7 — 48° 19′ 47″,8 Hist. Cél. p. 304. 3 Nov. 1797.

7^U 23′ 15″.	4° 24′ 3″,7 + *a*	7 Beobb.
	48° 21′ 33″,5 + *a*	

Februar 24.

Auch heute gelangen Beobachtungen des schon sehr schwach gewordenen Kometen; allein sie scheinen mir etwas minder gut zu seyn, als die vom 19 und 20 Februar, besonders die Deklination.

Verglichene Sterne.

a	6 Gr.	7° 8′ 59″,0 — 48° 18′ 8″,8	Hist. Cél. p. 305.
b	8 -	7° 15′ 0″,0 — 48° 31′	3 Nov. 1797.
c	9 -	7° 20′ 22″,4 — 48° 17′ 53″,8	

Die Zenithdistanz des Sterns *a* ist in der H. C. verdruckt, und muſs 0° 34′ 30″, statt 0° 24′ 30″ gelesen werden.

$7^{u} 35' 16''$.	$7° 3' 11'',1 + 0,381\,a + 0,238\,b + 0,381\,c$	7 Beobb.
	$48° 23' 38'',3 + 0,5\,a \quad + 0,5\,c$	4 —

Am 29 Februar sah ich noch den Kometen, allein bei dunstiger Luft sehr schwach, so daſs es unmöglich war, ihn zu beobachten. Am 15, 16 und 17 März suchte ich ihn, bei vielleicht nicht ganz heiterem Himmel, selbst mit einem sehr schönen 15 fuſsigen Reflector von 10 Englischen Zoll Oeffnung, vergebens.

15.

Im benachbarten Bremen begünstigte und störte der Zustand des Himmels die Beobachtungen des Kometen fast eben so, als in Lilienthal: es gelang daher Herrn Doktor Olbers und mir fast immer gleichzeitig, Observationen anzustellen. Indeſs war es doch einigemal dem einen von uns möglich, den Kometen zu beobachten, wenn er dem andern verdeckt blieb. Da die vom Herrn Doktor Olbers erhaltene Reihe von Beobachtungen, in der Absicht, etwas Genaues zu liefern, angestellt wurde, und die Mittel, deren Er sich bedienen konnte, der Erfüllung dieses Wunsches sich nicht widersetzten: so sind diese Beobachtungen vortrefflich ausgefallen, und machen den schönsten Beitrag zu den, über die Erscheinung dieses Kometen gesammelten Thatsachen aus. Ich theile sie hier so mit, wie ich die einzelnen Resultate von ihrem berühmten Urheber, gewöhnlich einen oder zwei Tage nach der Beobachtung, empfing; ich unterdrückte dabei selbst die Theile der Sekunden nicht, die Herr Doktor Olbers später, in einer öffentlichen Anzeige seiner Beobachtungen, weggelassen hat, aus denselben Gründen, die mich veranlaſsten, sie bei meinen eigenen Beobachtungen stehen zu lassen. Es kann nicht meine Idee seyn, auf diese Zehntheile einer Sekunde einigen Werth legen zu wollen; allein ich sehe keinen

Grund, warum man die Beobachtungen nicht so geben soll, wie sie sind, da durch das Weglassen der Zehntheile nichts gewonnen wird, als die unbedeutende Mühe, sie hinzuschreiben.

			Des Kometen											
			Mittlere Zeit in Bremen			Gerade Aufsteigung.				Nördliche Abweichung.				
1807	Okt.	8	6ʰ	50′	27″	251°	1′	6″,7		9°	9′	11″,8		
	–	9	6	31	4	252	4	14	4	10	1	31	1	
	–	–	7	42	31	252	5	18	7	10	4	9	3	
	–	11	7	0	56	234	4	21	6	—	—	—		einz. Beob.
	–	–	7	15	12	234	4	41	0	11	47	29	0	
	–	13	6	37	39	236	4	21	3	13	27	45	2	
	–	14	6	59	23	237	3	49	4	14	17	55	6	
	–	17	6	47	49	240	1	3	9	16	43	4	5	
	–	18	8	35	20	241	3	40	::	—	—	—		
	–	19	6	28	56	241	57	19	1	18	15	30	0	
	–	20	6	50	39	242	56	44	2	19	1	4	7	
	–	23	7	47	59	245	54	17	3	21	14	39	6	
	–	25	6	17	10	247	48	3	5	22	36	17	3	
	–	27	8	30	45	249	51	15	3	24	1	51	2	
	–	28	5	56	1	250	44	32	1	24	37	25	3	
	–	31	6	7	39	253	43	45	6	26	33	13	5	
	Nov.	3	7	11	32	256	47	44	3	28	24	31	7	
	–	5	5	59	26	258	46	51	7	29	33	6	5	
	–	7	9	11	58	260	58	46	4	30	45	16	0	
	–	8	7	11	20	261	55	40	4	31	15	42	7	einzelne Beob.
	–	10	6	51	14	264	0	20	2	32	19	16	6	
	–	11	8	40	50	265	8	57	1	32	52	20	0	einzelne Beob.
	–	15	7	52	14	269	22	52	3	34	49	21	6	
	–	22	7	25	52	277	5	16	9	37	53	5	1	
	–	27	8	56	22	282	48	40	6	39	38	45	::	
	Dec.	3	7	41	15	289	38	14	3	41	44	40	:	
	–	6	7	43	14	293	6	7	1	42	35	30	5	
	–	10	7	33	50	297	42	5	8	43	56	21	2	
1808	Jan.	1	8	2	22	322	6	22	2	46	57	49	8	dunst. Himmel
	–	21	8	6	13	341	21	6	5	47	59	53	0	
	–	23	9	29	26	343	8	0	6	48	1	42	1	
	Febr.	14	7	30	56	0	15	55	3	48	18	9	3	

16.

Ein aufmerksamer Anblick dieser beiden Reihen von Beobachtungen zeigt, dafs sie zwar zur Bestimmung des scheinbaren Laufes des Kometen in den Monaten Oktober, November, December und Januar hinreichen, allein im Februar zu wenig zahlreich sind, um auch für diesen Monat die Bahn mit hinreichender Genauigkeit bezeichnen zu können. Überdies fangen sie erst den 8 Oktober an, und endigen sich den 24 Februar; während Herr Thulis in Marseille den Kometen schon am 22 September beobachtete, und Herr von Wisniewsky in Petersburg ihn bis zum 27 März 1808 verfolgte. Es waren mir daher diese auswärtigen Beobachtungen sehr wichtig, indem zu vermuthen war, dafs, da durch sie ein beträchtliches Stück der scheinbaren Bahn am Himmel angegeben wurde, welches die Bremer und Lilienthaler Beobachtungen nicht bestimmten, auch ihre Benutzung eine gröfsere Sicherheit in die Bestimmung der wahren Bahn des Kometen bringen würde.

17.

Die ersten Beobachtungen des Herrn Thulis empfing ich vom Herrn Kammerrath von Lindenau in Seeberg, ganz im Originale und in der eigenen Handschrift des Beobachters. Sie sind mit einem Rhomboidalnetze, welches in einem, auf einer parallatischen Maschine angebrachten Fernrohre befindlich war, angestellt, und stimmen recht gut unter einander überein. Ich habe die ersten dieser Beobachtungen nach denselben Elementen reducirt, die ich zur Reduction meiner eigenen anwandte, und führe hier die Resultate davon an.

	Des Kometen			
	Mittl. Zeit in Marseille.	Gerade Aufsteigung.	Abweichung.	
Sept. 22	7ᵘ 5' 28"	212° 30' 32",3	— 5° 56' 53",9	3 Beobb.
— 23	7 14 56	213 49 21 8	— 4 59 32 9	2 —
— 25	6 59 29	216 21 45 5	— 3 3 56 8	1 — zweifelhaft.
— 29	6 43 6	221 10 55 6	+ 0 48 :	5 —
— 30	6 50 35	222 20 47 3	+ 1 45 :	2 —
Okt. 1	6 45 0	223 28 42 8	+ 2 40 40 6	4 —
— 2	7 8 13	224 37 4 6	+ 3 38 36 4	4 —

Die Deklinationen des 29 und 30 Septembers haben unter einander gar keine Harmonie, und müssen daher als sehr zweifelhaft angesehen werden; eben so mufste bei den Rektascensionen dieser Tage jedesmal eine Beobachtung bei Seite gesetzt werden, weil sie gar nicht zu den anderen stimmte, und das einemal gegen 2', das andremal gegen 5' abwich. Die nach dieser Aussonderung übrig gebliebenen Beobachtungen scheinen viel Vertrauen zu verdienen.

Damit man auch diese Beobachtungen in der Folge von dem Einflusse der fehlerhaften Bestimmung der verglichenen Sterne befreien kann, führe ich diese und ihre angenommenen scheinbaren Positionen an.

Sept 22.	212° 26' 54",6	— 5° 51' 8",1	568 Mayer	
— 23.	211 29 8 0	— 5 4 20 5	i Virginis	Piazzi's Katalog.
— 25	216 47 0 5	— 3 2 41 8	Anonyma	Piazzi's Katalog.
— 29.	221 55 34 2	+ 0 37 3 6	1 Serpentis	Piazzi's Katalog.
	222 59 48 6	+ 0 37 46 1	2 —	Piazzi's Katalog.
— 30.	223 24 2 3	+ 1 39 23 3	Hist. Cél. p. 291. 24 May 1797.	
Okt. 1.	223 17 55 9	+ 2 51 26 7	110 Virginis. Piazzi's Katalog.	
— 2.	224 11 45 0	+ 3 45 56 1	Hist Cél p 338. 27 Apr. 1798.	

Die späteren Beobachtungen von Thulis, die bis zum 6 Februar gehen, habe ich nicht reducirt, da sie nicht besser zu seyn scheinen, als die Bremer und Lilienthaler, und diese, in der Zeit bis zum 6 Februar, hinlänglich zahlreich sind.

18.

Die Beobachtungen des Herrn von Wisniewsky in Petersburg, die spätsten von allen, sind bei einer ausserordentlich geringen Lichtstärke des Kometen angestellt. Der Vereinigung eines besonders guten Auges, eines die Gegenstände sehr deutlich zeigenden Fernrohrs, und eines sehr heiteren Himmels, haben wir ohne Zweifel diese Beobachtungen zu verdanken: denn der Komet war äusserst lichtschwach, und würde, ohne das Zusammentreffen dieser Umstände, in Petersburg nicht haben gesehen werden können. So wurde er in Lilienthal am 15, 16, 17 März mit einem ungleich lichtstärkern Fernrohre *) von mir vergebens gesucht: mein sonst gutes Auge muſs also viel schwächer seyn, als das des Herrn von Wisniewsky; oder die Luft war wahrscheinlicher weit weniger durchsichtig, als in Petersburg. Dem sey indeſs, wie ihm wolle, so scheint es doch ausgemacht zu seyn, daſs man nie einen so lichtschwachen Kometen beobachtet hat, als der gegenwärtige im März war.

---

*) Der groſse Spiegel dieses Teleskops hat 10 Zoll im Durchmesser, der kleine etwa 2 Zoll. Die Lichtmenge, die der groſse Spiegel empfängt, ist dem Unterschiede der Flächeninhalte, oder $\frac{1}{4}(10^2 - 2^2)\pi = 24\pi$ proportional, oder $= 24\pi A$. Da nun der Lichtverlust bei einer Reflexion, nach Rumford's Versuchen, für einen Metallspiegel, wie ihn die Teleskope haben, etwa 0,45 betragen mag: so ist das Licht, welches das Bild im Brennpunkte nach zwei Reflexionen erhält $= 24\pi A\,(0{,}55)^2$. Bei dem Petersburger Fernrohre war die Oeffnung $= 3\frac{1}{2}$ Zoll; also das Licht, welches das Objektivglas empfing $= \frac{49}{16}\pi A$: folglich, wenn man den Lichtverlust bei dem Durchgange durch eine Platte gut polirten Glases $= 0{,}18$ setzt, und die dreimalige Zusammensetzung des achromatischen Objektivs in Rechnung bringt, war die Lichtstärke des Bildes im Brennpunkte $= \frac{49}{16}\pi \,.\, A \,.\, (0{,}82)^3$. War nun der Lichtverlust in beiden Okularen gleich groſs, so empfing das Auge im Petersburger Fernrohre nur $\frac{49\,.\,(0{,}82)^3}{16\,.\,24\,.\,(0{,}55)^2} = 0{,}233$ so viel Licht, als es unter gleichen Umständen im Lilienthaler Reflektor empfangen haben würde.

Allein dieser Umstand mufste die Beobachtungen äusserst schwierig machen; denn ein so feiner Gegenstand pflegt nahe am Rande des Feldes fast ganz zu verschwinden, und seine Ein- und Austritte müssen mehr vermuthet, als wirklich beobachtet werden; man darf also von den Beobachtungen keine grofse Schärfe fordern, obgleich die Petersburger Astronomen alles anwandten, sie ihnen zu geben. Da Herr Staatsrath von Schubert die Beobachtungen mit allem Detail im Astronomischen Jahrbuche für 1812. p. 97 bekannt gemacht hat: so war ich im Stande, sie ganz selbst zu reduciren, und erhielt auf diese Weise folgende Resultate:

		Des Kometen			
		Mittlere Zeit in Petersburg.	Gerade Aufsteigung.	Nördliche Abweichung.	
1808	März 18	$9^{u}46'38'',4$	$20°54'15'',8$	$48°43'56'',8$	2 Beobb.
	– 19	10 28 48 5	21 28 43 0	48 45 21 6	3 —
	– 22	9 24 29 3	23 6 59 8	48 48 57 6	2 —
	– 23	10 43 0 5	23 42 2,8	48 49 51 3	3 —
	– 25	11 0 33 3	24 44 24 9	48 51 49 4	1 —
	– 25	11 15 16 7	24 46 7 1	48 52 27 5	1 —
	– 26	11 40 1 4	25 17 55 3	48 53 41 5	3 —
	– 27	11 54 20 1	25 48 27 4	48 54 38 6	3 —

Die verglichenen Sterne, die sich sämmtlich in der Histoire Céleste finden, berechnete ich wie folgt

18, 19,	März	8 Gr.	$20°41'37'',2$ —	$48°34'57'',0$	Hist. Cél. p. 305. 3 Nov. 1797.
22, 23,	–	8 –	$23°0'27'',5$ —	$48°41'9'',5$	
25, 26, 27	–	8 –	$25°6'25'',5$ —	$48°50'45'',3$	

Sollte man diese Positionen in der Folge berichtigen, so wird man die Beobachtungen danach korrigiren können.

19.

Um die Lücke auszufüllen, die meine eigenen Beobachtungen im Februar offen lassen, führe ich noch 12, mir vom

Herrn von Zach mitgetheilte Mayländer Beobachtungen von Oriani an, von denen ich aber nur die Resultate kenne, ohne die Sterne angeben zu können, welche ihnen zum Grunde liegen.

		Mittlere Zeit in Mailand.			Des Kometen Gerade Aufsteigung.			Des Kometen Nördliche Abweichung.		
1808	Febr. 13	7ᵘ	52′	34″	359°	53′	36″:	48°	18′	5″:
	- 14	7	57	59	0	18	16	48	18	51
	- 15	7	9	40	0	58	13	48	18	58
	- 16	7	13	3	1	39	30	48	19	39
	- 17	7	8	53	2	20	45	48	20	38
	- 21	7	56	10	5	4	43	48	22	25
	- 22	8	16	56	5	45	39:	48	23	4
	- 24	7	53	43	7	4	21	48	24	39:
	- 25	7	34	22	7	42	24	48	25	21
	- 26	7	39	19	8	21	45	48	25	52
	- 27	7	51	45	9	0	52	48	26	19
	- 28	7	59	30	9	38	49	48	26	45

Über die Güte dieser Beobachtungen kann ich, da ich ihr Detail nicht kenne, und nur weifs, dafs sie am Aequatoreal-Sector der Mailänder Sternwarte angestellt wurden, nicht urtheilen; jedoch zeigen zwei Vergleichungen der ganzen Reihe dieser Beobachtungen, die sich in der Monatl. Korresp. B. XVIII. p. 239 und p. 243 finden, und deren eine von Oriani selbst, die andere von mir herrührt, dafs die Beschaffenheit des Instruments, oder andere Umstände, oft den Resultaten nachtheilig wurden, denn diese stimmen unter einander nicht gut überein, und es weichet die Angabe für einen Tag von der für den folgenden oft eine ganze Minute und mehr ab. In diesem Falle ist u. a. die Beobachtung vom 14 Februar, die die Rektascension etwa $1\frac{1}{2}'$ grösser giebt, als das Mittel aus den darauf folgenden Beobachtungen voraussetzt; ich betrachte sie deshalb als unsicher. Die übrig bleibenden Beobachtungen vom 15 bis 28 Februar irren von

einem Mittel kaum mehr als 30″ ab, und scheinen mir deshalb tüchtig zu seyn, die Lücke auszufüllen, die, bei der geringen Anzahl der Bremer und Lilienthaler Beobachtungen, für den Februar noch existirte.

20.

Durch die bisher angeführten Data ist, wie es scheint, die scheinbare Bahn des Kometen so genau bestimmt, daſs man nicht ohne Grund hoffen darf, auch die wahre Bahn mit einer groſsen Genauigkeit, und unabhängig von der, den Mangel der Genauigkeit der Observationen gewöhnlich ersezzenden Hypothese der parabolischen Bewegung daraus herleiten zu können. Ich werde im folgenden Abschnitt meine Untersuchungen hierüber in chronologischer Ordnung geben, in der Hoffnung, daſs sich die Bahn dieses Kometen daraus so genau ergiebt, als die vorhandenen Data es zulassen.

Zweiter Abschnitt.

Bestimmung der wahren Bahn des Kometen.

Erste Abtheilung.

Parabolische und rein elliptische Elemente des Kometen.

21.

Sobald ich zwei Beobachtungen des Kometen besafs, verband ich damit eine auswärtige, mir bekannt gewordene Observation vom 1 Oktober, und berechnete daraus noch am 8 Oktober die Elemente seiner Bahn; indefs fiel dieser erste Versuch nicht befriedigend aus, indem die Deklination der ersten Beobachtung um 5′ von der Wahrheit abwich. Am 15ten Oktober gab mir eine zweite Bestimmung zwar befriedigendere Resultate, allein auch diese Bahn fing bald an, sich einige Minuten von den Beobachtungen zu entfernen; und erst am 22 Oktober, als meine eigenen 14 Tage umfassenden Beobachtungen mich in den Stand setzten, den Fehler der auswärtigen Beobachtung zu erkennen, erhielt ich die erste gute Bestimmung der Bahn. Diese Elemente stellten die Beobachtungen befriedigend dar, und irrten bei verdoppelter Zwischenzeit, den 5 November, kaum eine Minute vom Himmel ab. Um diesen Fehler auszugleichen

berechnete ich am folgenden Tage eine neue Bahn, die alles sehr genau darstellte; nach wieder verdoppelter Zwischenzeit, zu Anfang des Decembers, noch vortrefflich mit den Beobachtungen harmonirte, und erst im Januar anfing, merklich abzuirren. Diese beiden Bahnen waren folgende:

Tag der Berechnung	Oktober 23.	November 6.
Durchgangszeit durch's Perihel für Paris	Sept. 18,92084	18,78909
Aufsteigender Knoten . . .	266° 22′ 29″, 1	266° 40′ 30″, 7
Neigung der Bahn	63° 7′ 1″, 1	63° 13′ 1″, 7
Länge des Perihels	271° 19′ 9″, 5	270° 58′ 5″, 2
Log. des kleinsten Abstandes von der Sonne	9,8135761	9,8112133
Bewegung	direkt.	

22.

Im März 1808 hielt ich die Beobachtungen des Kometen für beendigt, und suchte nun eine neue Bahn an alle, in Bremen und Lilienthal gesammelte Data so genau als möglich anzuschliefsen. Da ich dabei zuerst die parabolische Hypothese versuchte, um zu sehen, wieviel in dieser Voraussetzung an der Uebereinstimmung aufgeopfert werden müsse; so erhielt ich die folgenden, sich an die äusseren Beobachtungen und die mittleren Rektascensionen genau anschliefsenden

III. Parabol. Elemente.

Durchgangszeit durch's Perihel für Paris	Sept. 18,82718	
Länge d. aufsteigend. Knotens	266° 36′ 51″, 7	Vom mittleren Nachtgleichepunkt.
— des Perihels	271° 6′ 7″, 5	
Neigung der Bahn	63° 14′ 28″, 1	
Log. des kleinsten Abstandes von der Sonne	9,8122168	

Die Deklinationen um die Mitte der Erscheinung wurden durch diese Elemente etwa 1′ zu grofs angegeben. Man würde diesen Fehler mehr haben vertheilen, und dadurch verringern können; da er aber dennoch gröfser geblieben seyn würde, als der wahrscheinliche Fehler der zum Grunde gelegten Oerter, so manifestirte sich durch ihn die Abweichung der Bahn von einer Parabel.

23.

Ich befreiete also meine Rechnungen von dieser als irrig erkannten Voraussetzung, die übrigens nicht wahrscheinlicher ist, als jede andere, und deshalb nie vorgezogen werden sollte, wenn die Beobachtungen erlauben, unabhängig von ihr, die Bahn zu bestimmen. So erhielt ich die folgenden, auf die ganze Reihe der Lilienthaler und Bremer Beobachtungen gegründeten, und frei von aller Hypothese, blos aus ihnen entwickelten

IV. Elemente.

Durchgangszeit durch's Perihel für Paris	Sept. 18,74986	
Neigung der Bahn	63° 10′ 53″,2	
Länge des aufsteig. Knotens .	266° 46′ 3″,1	Vom mittleren
— des Perihels	270° 56′ 0″,1	Nachtgleichepunkt.
Log. der kleinsten Entfernung von der Sonne	9,8105558	
Log. der mittleren tägl. Beweg.	0,2442946	
Excentricität	0,9958626	
Halbe grofse Axe der Ellipse .	156,253	
Umlaufszeit	1953,2 Jahr.	

Die Harmonie dieser Bahn mit dem Himmel war im Ganzen sehr gut, und mit Sicherheit konnte man, aufser den unregelmäfsig laufenden Beobachtungsfehlern, nirgends eine Abweichung entdecken, wie dieses die folgende, sehr scharf geführte Vergleichung zeigt.

				Fehler.	
				AR.	Dekl.
1807	Okt.	8	Olbers	+13",0	+ 0",4
	-	8	Bessel	+13 2	+ 0 3
	-	9	Olbers	− 0 5	+ 9 6
	-	9	Bessel	+33 6	+21 4
	-	9	Olbers	− 2 4	+ 7 5
	-	11	Bessel	+30 9	+17 5
	-	13	—	+ 1 1	− 5 5
	-	13	Olbers	− 3 8	+ 8 5
	-	14	—	+ 0 4	− 5 7
	-	14	Bessel	+ 9 3	+25 6
	-	17	Olbers	− 0 6	−17 0
	-	19	—	+ 4 5	−24 1
	-	19	Bessel	+16 5	+19 4
	-	19	—	− 5 8	+14 6
	-	20	Olbers	− 1 8	+ 4 9
	-	20	Bessel	− 5 5	− 7 7
	-	21	—	+ 7 9	+ 9 5
	-	21	—	+11 1	+ 2 8
	-	22	—	+32 1	+ 7 5
	-	22	—	+22 9	− 2 9
	-	23	Olbers	+ 3 2	+ 0 4
	-	25	Bessel	− 4 6	− 1 6
	-	25	Olbers	− 9 5	+ 9 3
	-	25	Bessel	−16 4	− 0 2
	-	25	—	− 2 4	− 0 1
	-	27	Olbers	− 4 6	+ 2 5
	-	28	Bessel	−30 0	+11 5
	-	28	Olbers	−32 1	− 0 3
	-	29	Bessel	−20 0	+ 1 3
	-	29	—	− 6 6	+13 8
	-	31	Olbers	−25 7	+12 5
	-	31	Bessel	+ 2 8	+14 5
	Nov.	3		− 5 6	+11 7
	-	3	Olbers	−29 0	+25 0
	Nov.	5	Olbers	−16",6	+12",6
	-	5	Bessel	− 4 4	+ 1 0
	-	6	—	− 5 2	− 9 6
	-	7	—	+ 3 8	+12 3
	-	7	Olbers	−14 7	+10 5
	-	10	Bessel	+ 6 3	−10 9
	-	10	Olbers	+11 2	− 1 6
	-	15	Bessel	−13 1	+ 7 4
	-	15	Olbers	− 0 6	+ 3 2
	-	20	Bessel	−12 8	− 4 1
	-	22	—	−22 3	+10 9
	-	22	Olbers	− 8 4	+11 6
	-	25	Bessel	−18 1	—
	-	27	Olbers	−12 0	—
	Dec.	3	—	−12 3	—
	-	4	Bessel	− 0 2	− 0 4
	-	6	—	− 0 2	− 2 6
	-	6	Olbers	− 6 8	+ 9 4
	-	10	Bessel	− 8 9	+ 6 3
	-	10	Olbers	+27 4	− 9 6
	-	14	Bessel	−32 1	+11 2
1808	Jan.	1	Olbers	+48 1:	+66 6:
	-	4	Bessel	− 0 2	+24 0
	-	4	—	− 4 4	+12 8
	-	12	—	−20 0	+ 6 5
	-	21	—	− 4 0	+10 5
	-	21	Olbers	−29 9	− 5 2
	-	23	Bessel	−20 5	+ 4 5
	-	25	Olbers	+ 1 9	+34 0
	Febr.	14	—	−16 4	+22 7
	-	19	Bessel	−15 6	−13 6
	-	20	—	2 4	+ 1 3
	-	24	—	+23 9	+12 4

Die ersten geraden Aufsteigungen sowohl, als Abweichungen, scheinen freilich um einige Sekunden + abzuirren, oder durch die Bahn etwas zu groß angegeben zu seyn; allein die Orianischen Beobachtungen, die ich vorher verglichen hatte, forderten dieses; denn diese stimmten mit den Elementen, wie folgt:

	AR.	Dekl.
Okt. 2	— 12″, 0	— 5″, 7
- 3	— 15 3	— 3 3
- 4	— 22 9	+ 21 4
- 5	— 38 2	— 6 2
- 6	— 52 4	+ 4 4
- 9	+ 39 4	+ 39 4
- 10	— 17 6	— 4 7
- 11	+ 4 2	+ 0 5

u. s. w.

so daſs die Bahn so gut als möglich zwischen beiden Reihen das Mittel hielt.

24.

Allein bald nachher erhielt ich die §. 17. mitgetheilten Beobachtungen von Thulis, und sah daraus, daſs die Bahn die Rektascensionen und Deklinationen am Anfange der Erscheinung wirklich etwas zu groſs angab; denn bei diesen Beobachtungen waren die Fehler

	AR.	Dekl.
Sept. 22	+ 33″, 6	+ 22″, 4
- 23	+ 40 4	+ 41 4
- 25	+ 15 2:	— 33 1:
- 29	+ 46 7	— —
- 30	+ 11 3	— —
Okt. 1	+ 21 1	+ 13 3
- 2	+ 22 9	+ 9 9

25.

Es war also nothwendig, eine zweite, auch diese Beobachtungen so gut als möglich darstellende elliptische Bahn zu bestimmen, von der es denn vorauszusehen war, dafs sie sich auch an die ersten Bremer und Lilienthaler Beobachtungen besser anschliefsen würde, als die §. 23. gefundene. Diese hatte folgende

V. Elemente.

Durchgangszeit durch's Perihel für Paris.	Sept. 18,73709	
Neigung der Bahn	63° 10′ 10″,9	
Länge des aufsteig. Knotens .	266° 48′ 9″,3	Vom mittleren
— des Perihels	270° 53′ 50″,9	Nachtgleichepunkt.
Log. des kleinsten Abstandes von der Sonne	9,8101466	
Log. der mittleren tägl. Beweg.	0,2449084	
Excentricität	0,9950341 5	
Halbe grofse Axe der Ellipse .	130,063	
Umlaufszeit	1483,3 Jahre.	

Die Vergleichung dieser Elemente mit den Beobachtungen unterdrücke ich hier nicht, da sie in der Folge zur 6ten und letzten Bestimmung der wahren Bahn (§. 53.) dienen wird. Für den Monat Februar schreibe ich aus dieser Absicht die Vergleichung der Mailänder Beobachtungen mit hierher; umständlicher kann man sie in der Monatl. Korresp. (Band XVIII. p. 239) finden.

				Fehler. AR.	Fehler. Dekl.	
1807	Sept.	22	Thulis	−16″	−15″	
	-	25	—	− 7	+ 6	
	-	29	—	+13	—	
	-	30	—	−20	—	1
	Okt.	1	—	− 8	− 7	
	-	2	—	− 3	− 9	
	-	8	Olbers	+ 2	− 6	
	-	8	Bessel	+ 2	− 7	
	-	9	Olbers	−10	+ 5	
	-	9	Bessel	+24	+16	
	-	9	Olbers	−12	+ 2	
	-	11	Bessel	+25	+16	
	-	13	—	− 2	− 4	
	-	13	Olbers	− 6	+10	
	-	14	—	− 1	− 5	
	-	14	Bessel	+ 8	+28	
	-	17	Olbers	0	−12	
	-	19	—	+ 8	−18	
	-	19	Bessel	+20	+25	
	-	19	—	− 1	+21	
	-	20	Olbers	+ 2	+12	
	-	20	Bessel	− 1	− 1	
	-	21	—	+13	+17	
	-	21	—	+16	+10	2
	-	22	—	+38	+15	
	-	22	—	+29	+ 5	
	-	23	—	+ 2	+ 6	
	-	23	Olbers	+10	+ 8	
	-	25	—	− 1	+18	
	-	25	Bessel	− 8	+ 9	
	-	25	—	+ 6	+ 9	
	-	27	Olbers	+ 6	+12	
	-	28	—	−22	+ 9	
	-	28	Bessel	−19	+21	
	-	29	—	− 9	+11	
	-	29	—	+ 5	+24	
	-	31	Olbers	−13	+23	
	-	31	Bessel	+15	+25	
	Nov.	3	—	+ 8	+22	
	-	3	Olbers	−15	+35	
	-	5	—	− 2	+22	
	-	5	Bessel	+10	+11	

				Fehler. AR.	Fehler. Dekl.	
	Nov.	6	Bessel	+10″	0″	
	-	7	—	+19	+22	
	-	7	Olbers	0	+20	3
	-	10	Bessel	+22	− 3	
	-	10	Olbers	+25	+ 7	
	-	15	Bessel	+ 2	+14	
	-	15	Olbers	+ 9	+10	
	-	20	Bessel	0	0	
	-	22	—	−10	+14	
	-	22	Olbers	+ 4	+15	
	-	25	Bessel	− 7	—	
	-	27	Olbers	− 2	—	
	Dec.	3	—	− 5	—	
	-	4	Bessel	+ 6	0	
	-	6	—	+ 4	− 5	
	-	6	Olbers	− 2	+ 9	4
	-	10	Bessel	− 6	+ 5	
	-	10	Olbers	+30	−11	
	-	14	Bessel	−32	+10	
1808	Jan.	1	Olbers	+42:	+66:	
	-	4	Bessel	− 7	+24	
	-	4	—	−11	+13	
	-	12	—	−27	+ 9	
	-	21	—	−10	+14	
	-	21	Olbers	−35	− 1	
	-	23	Bessel	−26	+ 9	
	-	23	Olbers	− 3	+38	
	Febr.	14	—	−15	+30	
	-	14	Oriani	−114:	−12:	
	-	15	—	−57	+11	
	-	16	—	−10	+ 1	
	-	17	—	+ 5	−28	
	-	19	Bessel	−11	− 6	
	-	20	—	+ 3	+ 9	
	-	21	Oriani	+53	−10	
	-	22	—	−11	−15	
	-	24	Bessel	+32	+20	
	-	24	Oriani	−10	—	
	-	25	—	+18	−46	
	-	26	—	−10	−39	
	-	27	—	− 9	−28	
	-	28	—	− 5	−14	

26.

Als mir im Oktober 1809 das Astronomische Jahrbuch des Hrn. **Bode** bekannt wurde, eilte ich, die Petersburger Märzbeobachtungen (§. 18.) zu reduciren, und sie mit den Vten Elementen zu vergleichen, woraus sich folgende Fehler ergaben:

	AR.	Dekl.	
März 18	+ 28″	− 37″	6.
- 19	+ 30	− 50	
- 22	+ 5	− 59	
- 23	− 62	− 40	
- 25	+ 39	− 21	
- 26	− 37	− 28	
- 27	+ 48	− 15	

Man sieht hieraus, dafs diese Beobachtungen kaum auf eine Minute sicher sind, denn so beträchtlich sind die Sprünge in den Ascensionen. Die Deklinationen stimmen freilich besser; allein dieses ist wohl mehr ein Werk des Zufalls, als ein Beweis der Sicherheit der Observationen, indem die Deklinationen aus denselben Durchgängen durch's Kreismikrometer hergeleitet wurden, welche die Ascensionen ergaben; also nicht richtig seyn können, wenn diese unrichtig sind, es sey denn, dafs zwei Fehler sich ungefähr aufgehoben hätten. Im Ganzen scheinen diese Beobachtungen zu zeigen, dafs die Bahn die gerade Aufsteigung etwas zu grofs, die Abweichung zu klein angab; jedoch mit so wenig Sicherheit, dafs es nicht die Mühe gelohnt haben würde, eine neue Bahn zu bestimmen, und diese an alle, nun vollständig vorhandene Data so genau als möglich anzuschliefsen.

27.

Allein eine Betrachtung anderer Art liefs mich den Kometen wieder vornehmen, und veranlasste eine nochmalige Umarbeitung, die, wie ich glaube, seine Bahn mit einer wei-

grösseren Genauigkeit und Sicherheit gegeben hat, als die eines der vorher erschienenen Kometen, den Halleyschen, seine Periode in 75 Jahren vollendenden, ausgenommen, bekannt ist. — Es ist nämlich klar, dafs man Fehler begeht, wenn man die Bahn eines Kometen in der Voraussetzung, sie sey ein Kegelschnitt, berechnet. Die Attraktionen der Planeten ändern seine elliptische Bewegung unaufhörlich, und es leuchtet ein, dafs die Bahn am Anfange der Erscheinung andere Elemente hat, als am Ende. Durch die angenommene Beständigkeit der Elemente der Bahn zwingt man also die Beobachtungen des Kometen, einer offenbar falschen Hypothese zu entsprechen, ohne die Grösse der daraus erwachsenden Fehler angeben zu können, und ohne ein Mittel zu haben, ihrem Einflusse auszuweichen. So wird z. E. die Abweichung der Bahn von einer Parabel, durch die Störungen der Planeten, um einen freilich kleinen, allein wenn sie, wie gewöhnlich, selbst sehr klein ist, mit ihr verglichen, beträchtlichen Theil geändert, und dadurch die Umlaufszeit am Anfange der Erscheinung von der am Ende derselben sehr verschieden gemacht werden können. Schon bei dem Halleyschen Kometen, dessen Umlaufszeit etwa 75 Jahr ist, können die Störungen einige Jahr betragen: ungleich grösser werden sie aber bei einem Kometen seyn, der in Tausend oder mehr Jahren eine Revolution vollendet. Denn wenn bei einem Kometen, dessen Umlaufszeit T, kleinste Entfernung von der Sonne π, und folglich Abweichung von der Parabel $\delta = \frac{\pi}{T^{\frac{2}{3}}}$ ist, δ so geändert wird, dafs T sich in $T + dT$ verwandelt; so wird eine gleiche Aenderung von δ' bei einem andern Kometen, der die Umlaufszeit T' und die kleinste Entfernung π' hat, eine Aenderung der Umlaufszeit von

$$\left(\frac{T'}{T}\right)^{\frac{5}{3}} \cdot \frac{\pi}{\pi'} \cdot dT$$

zur Folge haben. Da nun gleiche störende Kräfte bei beiden

Kometen δ gleich stark ändern: so folgt, daſs dieselben Ursachen, die den Halleyschen Kometen um ein Jahr stören, einen ähnlichen mit einer Umlaufszeit von 1000 Jahren, etwa um 75 Jahre; einen andern, der seine Revolution in 2000 Jahren vollendet, um 238 Jahre u. s. w. stören werden. Man sieht also, wie irrig die Schlüsse der Astronomen waren, die aus dem, in gleichen, sehr langen Intervallen erfolgten Erscheinen groſser Kometen, ihre Identität folgerten; und wie uneigentlich man die Umlaufszeit der Kometen als eine beständige Grösse betrachten würde. Man würde sich gar nicht wundern dürfen, einen Kometen zwei auf einander folgende Revolutionen in 1000 und 1200 Jahren vollenden zu sehen. — Gewöhnlich wird es freilich nicht nöthig seyn, auf die Störungen der Kometen Rücksicht zu nehmen: allein wenn sie so lange und genau beobachtet wurden, daſs man hoffen darf, die Abweichung der Bahn von der Parabel aus den Beobachtungen zu erkennen und zu bestimmen, wird man auch die Berechnung der Störungen nicht vernachlässigen dürfen, weil sonst das Resultat der Rechnungen nur scheinbare, nicht wirkliche Sicherheit, oder diese nur zufällig gewähren würde. Diese Gründe bewogen mich, auch bei diesem Kometen die Störungen in Rechnung zu ziehen, und zu diesem Ende die folgenden Untersuchungen anzustellen.

Zweite Abtheilung.

Entwickelung einer allgemeinen Methode, die Störungen der Kometen zu berechnen.

28.

Der Ort des Kometen sey durch drei rechtwinklige Koordinaten x, y, z, deren Anfangspunkt der Mittelpunkt

der Sonne ist, bestimmt. Ausser der Kraft der Sonne $= \frac{1}{r^2}$ wirken auf ihn, parallel mit den Koordinaten, die Kräfte A, B, C; sie sind positiv, wenn sie die Koordinaten um negative Differentiale zu verändern streben. Man hat dann bekanntlich

$$\left.\begin{aligned} 0 &= \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{x}{r^3} + A \\ 0 &= \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{y}{r^3} + B \\ 0 &= \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{z}{r^3} + C \end{aligned}\right\} \quad (1.)$$

Man kann die Koordinaten immer unter folgende Form bringen

$$\left.\begin{aligned} x &= r \text{ Sin } a \text{ Sin } (\alpha + \omega + \phi) \\ y &= r \text{ Sin } b \text{ Sin } (\beta + \omega + \phi) \\ z &= r \text{ Sin } c \text{ Sin } (\gamma + \omega + \phi) \end{aligned}\right\} \quad (a)$$

wo a, b, c, α, β, γ von der Lage der Bahn, zur Zeit, für welche die Gleichungen gelten, gegen eine willkührliche feste Ebene abhängen. Man bezeichne durch ω den Abstand des Perihels von der festen Ebene, so genommen, daſs die wahre Anomalie ϕ + dem Winkel ω, den zwischen der Knotenlinie und dem Rad. Vector r eingeschlossenen Winkel bedeutet. Die übrigen Elemente der Bahn sind: die Konstante T, so genommen, daſs $t + T$ immer die Zeit ausdrückt, die die wahre Anomalie bestimmt; der halbe Parameter h; die halbe groſse Axe a; die Excentricität e; die kleinste Entfernung der Bahn von der Sonne π, zwischen welchen Quantitäten die Gleichungen

$$a\,(1 - ee) = hh = \pi\,(1 + e)$$

existiren; endlich der Abstand der Knotenlinie von einem

festen Punkte in der willkührlichen Ebene $= n$; und die Neigung der Bahn gegen sie i.

29.

Diese Elemente werden konstant seyn, wenn $A, B, C = 0$ sind; im entgegengesetzten Falle wird man sie nach der schönen und so sehr natürlichen, von Lagrange in den Berliner Memoiren zuerst gegebenen Ansicht der Perturbationen, als veränderlich betrachten, und ihre Werthe aus den Kräften A, B, C bestimmen.[1] Die im vorigen § angegebenen Elemente werden also nur in Zeittheilchen dt der Bahn des Kometen entsprechen; im nächstfolgenden aber sich in $\omega + d\omega$, $T + dT$ etc. verwandeln. Ich werde in dem Folgenden diese Methode anders entwickeln, als es Lagrange selbst thut, und sie so darstellen, wie sie dem Zwecke, den ich dadurch zu erreichen suche, und der ausser Lagrange's näherem Gesichtskreise lag, am angemessensten scheint.

30.

Man kann zwischen a, b, c, α, β, γ, i, n, eine grosse Menge Relationen entwickeln, von welchen ich einige hier anführen will, weil sie uns in der Folge von Nutzen seyn werden. Es ist, wie man leicht findet,

$$x = r\,[\mathrm{Cos}\,n\,.\,\mathrm{Cos}\,(\omega+\phi) - \mathrm{Sin}\,n\,.\,\mathrm{Sin}\,(\omega+\phi)\,.\,\mathrm{Cos}\,i]$$
$$y = r\,[\mathrm{Sin}\,n\,.\,\mathrm{Cos}\,(\omega+\phi) + \mathrm{Cos}\,n\,.\,\mathrm{Sin}\,(\omega+\phi)\,.\,\mathrm{Cos}\,i]$$
$$z = r\ \mathrm{Sin}\,(\omega+\phi)\,.\,\mathrm{Sin}\,i.$$

Folglich

$$\mathrm{Cotang}\,\alpha = -\,\mathrm{tang}\,n\,.\,\mathrm{Cos}\,i$$
$$\mathrm{Cotang}\,\beta = +\,\mathrm{Cotang}\,n\,.\,\mathrm{Cos}\,i$$
$$\mathrm{Cotang}\,\gamma = \infty$$

$$\left.\begin{array}{ll} \mathrm{Sin}\,a\,.\,\mathrm{Sin}\,\alpha = \mathrm{Cos}\,n & \mathrm{Sin}\,a\,.\,\mathrm{Cos}\,\alpha = -\,\mathrm{Sin}\,n\,.\,\mathrm{Cos}\,i \\ \mathrm{Sin}\,b\,.\,\mathrm{Sin}\,\beta = \mathrm{Sin}\,n & \mathrm{Sin}\,b\,.\,\mathrm{Cos}\,\beta = +\,\mathrm{Cos}\,n\,.\,\mathrm{Cos}\,i \\ \mathrm{Sin}\,c\,.\,\mathrm{Sin}\,\gamma = 0 & \mathrm{Sin}\,c\,.\,\mathrm{Cos}\,\gamma = +\,\mathrm{Sin}\,i \end{array}\right\}(b)$$

$$\left.\begin{aligned}\text{Sin}\,a\,.\,\text{Sin}\,b\,.\,\text{Sin}\,(\alpha-\beta) &= \text{Cos}\,i\\ \text{Sin}\,a\,.\,\text{Sin}\,c\,.\,\text{Sin}\,(\alpha-\gamma) &= \text{Sin}\,i\,.\,\text{Cos}\,n\\ \text{Sin}\,b\,.\,\text{Sin}\,c\,.\,\text{Sin}\,(\beta-\gamma) &= \text{Sin}\,i\,.\,\text{Sin}\,n\end{aligned}\right\}\;.\;(c)$$

Quadrirt man die 6 Gleichungen (b) und addirt sie, so ist ihre Summe

$$2 = \text{Sin}\,a^2 + \text{Sin}\,b^2 + \text{Sin}\,c^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (d)$$

Die Summe der Quadrate der Gleichungen c ist

$$1 = [\text{Sin}\,a\,.\,\text{Sin}\,b\,.\,\text{Sin}\,(\alpha-\beta)]^2 + [\text{Sin}\,a\,.\,\text{Sin}\,c\,.\,\text{Sin}\,(\alpha-\gamma)]^2 + [\text{Sin}\,b\,.\,\text{Sin}\,c\,.\,\text{Sin}\,(\beta-\gamma)]^2 \quad . \; . \quad (e)$$

Eben so erhält man aus den Gleichungen für die Koordinaten

$$1 = \text{Sin}\,a^2\,.\,\text{Sin}\,(\alpha+\omega+\varphi)^2 + \text{Sin}\,b^2\,.\,\text{Sin}\,(\beta+\omega+\varphi)^2 + \text{Sin}\,c^2\,.\,\text{Sin}\,(\gamma+\omega+\varphi)^2 \quad . \; . \quad (f)$$

und da $\omega+\varphi$ hieraus verschwindet, man also jeden Werth dafür substituiren kann, auch

$$1 = \text{Sin}\,a^2\,.\,\text{Cos}\,(\alpha+\omega+\varphi)^2 + \text{Sin}\,b^2\,.\,\text{Cos}\,(\beta+\omega+\varphi)^2 + \text{Sin}\,c^2\,.\,\text{Cos}\,(\gamma+\omega+\varphi)^2 \quad .. \; . \quad (g)$$

Aus der Entwickelung dieser Gleichungen zieht man leicht die folgende

$$0 = \text{Sin}\,a^2.\text{Sin}(\alpha+\omega+\varphi).\text{Cos}(\alpha+\omega+\varphi) + \text{Sin}\,b^2.\text{Sin}(\beta+\omega+\varphi).\text{Cos}(\beta+\omega+\varphi) + \text{Sin}\,c^2.\text{Sin}(\gamma+\omega+\varphi).\text{Cos}(\gamma+\omega+\varphi) \; . \; . \; . \quad (h)$$

In den Gleichungen f, g, h, kann man $\varphi+\omega$ mit jedem beliebigen Winkel verwechseln.

Multiplicirt man die Gleichungen für die Koordinaten mit den Gleichungen (c), so erhält man, da bekanntlich allgemein

$$0 = \text{Sin}\,A\,.\,\text{Sin}\,(B-C) - \text{Sin}\,B\,.\,\text{Sin}\,(A-C) + \text{Sin}\,C\,.\,\text{Sin}\,(A-B).$$

$$0 = x\,\text{Sin}\,n\,.\,\text{Sin}\,i - y\,\text{Cos}\,n\,.\,\text{Sin}\,i + z\,\text{Cos}\,n \quad . \; . \; . \quad (i)$$

31.

Man multiplicire nun die Gleichungen (1):

$$\begin{array}{r|r|r|} \text{mit } y & z & o \\ -x & o & z \\ o & -x & -y \end{array}$$

und addire, so hat man

$$o = \frac{d(y\,dx - x\,dy)}{dt^2} + Ay - Bx$$

$$o = \frac{d(z\,dx - x\,dz)}{dt^2} + Az - Cx$$

$$o = \frac{d(z\,dy - y\,dz)}{dt^2} + Bz - Cy$$

Wenn man differentiirt, und dabei a, b, c, α, β, γ, beständig setzt, indem sie der Bewegung im Zeittheilchen dt genau entsprechen, so erhält man

$$\frac{y\,dx - x\,dy}{dt} = r^2 . \frac{d(\omega + \phi)}{dt} . \text{Sin}\, a . \text{Sin}\, b . \text{Sin}\,(\beta - \alpha)$$

$$\frac{z\,dx - x\,dz}{dt} = r^2 . \frac{d(\omega + \phi)}{dt} . \text{Sin}\, a . \text{Sin}\, c . \text{Sin}\,(\gamma - \alpha)$$

$$\frac{z\,dy - y\,dz}{dt} = r^2 . \frac{d(\omega + \phi)}{dt} . \text{Sin}\, b . \text{Sin}. c . \text{Sin}\,(\gamma - \beta)$$

und folglich

$$\left.\begin{array}{l} o = d\left\{r^2 . \dfrac{d . \omega + \phi}{dt} . \text{Sin}\, a . \text{Sin}\, b . \text{Sin}\,(\beta - \alpha)\right\} : dt + Ay - Bx \\ o = d\left\{r^2 . \dfrac{d . \omega + \phi}{dt} . \text{Sin}\, a . \text{Sin}\, c . \text{Sin}\,(\gamma - \alpha)\right\} : dt + Az - Cx \\ o = d\left\{r^2 . \dfrac{d . \omega + \phi}{dt} . \text{Sin}\, b . \text{Sin}\, c . \text{Sin}\,(\gamma - \beta)\right\} : dt + Bz - Cy \end{array}\right\} \quad (k)$$

32.

Man multiplicire nun die Gleichungen (1)

$$\text{mit } \left(\frac{dx}{dt}\right), \quad \left(\frac{dy}{dt}\right), \quad \left(\frac{dz}{dt}\right);$$

und addire, so wird man haben

$$0=\tfrac{1}{2}d(dx^2+dy^2+dz^2):dt^3+\left(\frac{dr}{dt^2}\right).\frac{1}{r^2}+A\left(\frac{dx}{dt}\right)+B\left(\frac{dy}{dt}\right)+C\left(\frac{dz}{dt}\right)$$

Allein bekanntlich ist (Laplace Méc. Cél. Liv. II. Art. 18)

$$\frac{1}{2a}=\frac{1}{r}-\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{2\,dt^2}$$

Also

$$0=-\frac{d\left(\frac{1}{2a}\right)}{dt}+A\left(\frac{dx}{dt}\right)+B\left(\frac{dy}{dt}\right)+C\left(\frac{dz}{dt}\right)\quad \ldots (l)$$

Eine Multiplikation mit x, y, z, wird geben

$$0=\frac{d.r\left(\frac{dr}{dt}\right)}{dt}+\frac{1}{a}-\frac{1}{r}+Ax+By+Cz \quad \ldots \quad (m)$$

33.

Multiplicirt man endlich die Gleichungen (1) mit

$y\,dy + z\,dz$	$x\,dy - 2y\,dx$	$x\,dz - 2z\,dx$
$y\,dx - 2x\,dy$	$x\,dx + z\,dz$	$y\,dz - 2z\,dy$
$z\,dx - 2x\,dz$	$z\,dy - 2y\,dz$	$x\,dx + y\,dy$

und addirt sie, so hat man, nach einer Reduktion, die ich hier nicht anführe, weil ein Jeder sie leicht selbst machen wird,

$$\left.\begin{array}{l}
o = -\dfrac{d[e\,\mathrm{Sin}\,a\,.\,\mathrm{Sin}\,(\alpha+\omega)]}{dt} + A\,.\,r\left(\dfrac{dr}{dt}\right) + (Ax+By+Cz)\left(\dfrac{dx}{dt}\right) \\
\qquad\qquad - 2\left(A\left(\dfrac{dx}{dt}\right) + B\left(\dfrac{dy}{dt}\right) + C\left(\dfrac{dz}{dt}\right)\right) x \\
o = -\dfrac{d[e\,\mathrm{Sin}\,b\,.\,\mathrm{Sin}(\beta+\omega)]}{dt} + B\,.\,r\left(\dfrac{dr}{dt}\right) + (Ax+By+Cz)\left(\dfrac{dy}{dt}\right) \\
\qquad\qquad - 2\left(A\left(\dfrac{dx}{dt}\right) + B\left(\dfrac{dy}{dt}\right) + C\left(\dfrac{dz}{dt}\right)\right) y \\
o = -\dfrac{d[e\,\mathrm{Sin}\,c\,.\,\mathrm{Sin}\,(\gamma+\omega)]}{dt} + C\,.\,r\left(\dfrac{dr}{dt}\right) + (Ax+By+Cz)\left(\dfrac{dz}{dt}\right) \\
\qquad\qquad - 2\left(A\left(\dfrac{dx}{dt}\right) + B\left(\dfrac{dy}{dt}\right) + C\left(\dfrac{dz}{dt}\right)\right) z
\end{array}\right\} (n)$$

In den Gleichungen k, l, m, n, liegt die vollständigste Auflösung des Problems der drei Körper; man würde schon mit wenigeren ausreichen können, allein der Vollständigkeit halber habe ich so viele entwickelt.

34.

Differentiirt man die Gleichungen (k) wirklich, so findet sich

$$o = \frac{d\,.\left(r^2\,.\,\dfrac{d\,.\,\varphi+\omega}{dt}\right)}{dt}\,.\,\mathrm{Sin}\;a\,.\,\mathrm{Sin}\;b\,.\,\mathrm{Sin}\;(\beta-\alpha)$$
$$+\,r^2\,.\left(\frac{d\,.\,\omega+\varphi}{dt}\right).\,\frac{d[\mathrm{Sin}\,a\,.\,\mathrm{Sin}\,b\,.\,\mathrm{Sin}\,(\beta-\alpha)]}{dt} + Ay - Bx.$$

etc. etc.

Man multiplicire die drei Gleichungen unter dieser Form, mit

$$\begin{array}{l|l|l}
\mathrm{Sin}\,a\,.\,\mathrm{Sin}\,b\,.\,\mathrm{Sin}\,(\beta-\alpha) & +\,\mathrm{Sin}\,c\,.\,\mathrm{Cos}\;\gamma & -\,\mathrm{Sin}\;c\,.\,\mathrm{Sin}\;\gamma \\
\mathrm{Sin}\,a\,.\,\mathrm{Sin}\,c\,.\,\mathrm{Sin}\,(\gamma-\alpha) & -\,\mathrm{Sin}\,b\,.\,\mathrm{Cos}\;\beta & +\,\mathrm{Sin}\;b\,.\,\mathrm{Sin}\,\beta \\
\mathrm{Sin}\,b\,.\,\mathrm{Sin}\,c\,.\,\mathrm{Sin}\,(\gamma-\beta) & +\,\mathrm{Sin}\,a\,.\,\mathrm{Cos}\;\alpha & -\,\mathrm{Sin}\,a\,.\,\mathrm{Sin}\,\alpha
\end{array}$$

und addire, so hat man die Summen, mit Hülfe der Sätze c, e, i;

$$o = \frac{d.\left(r^2.\frac{d.\omega+\varphi}{dt}\right)}{dt} \left.\begin{array}{l} +(Ay - Bx).\text{Sin}\,a.\text{Sin}\,b.\text{Sin}\,(\beta-\alpha) \\ +(Az - Cx).\text{Sin}\,a.\text{Sin}\,c.\text{Sin}\,(\gamma-\alpha) \\ +(Bz - Cy).\text{Sin}\,b.\text{Sin}\,c.\text{Sin}\,(\gamma-\beta) \end{array}\right\} (o)$$

$$o = r^2.\left(\frac{di}{dt}\right).\left(\frac{d.\omega+\varphi}{dt}\right) \left.\begin{array}{l} +(Ay - Bx)\,.\,\text{Sin}\,c\,.\,\text{Cos}\,\gamma \\ -(Az - Cx)\,.\,\text{Sin}\,b\,.\,\text{Cos}\,\beta \\ +(Bz - Cy)\,.\,\text{Sin}\,a\,.\,\text{Cos}\,\alpha \end{array}\right\} (p)$$

$$o = r^2.\text{Sin}\,i.\left(\frac{dn}{dt}\right).\left(\frac{d.\omega+\varphi}{dt}\right) \left.\begin{array}{l} -(Ay - Bx).\,\text{Sin}\,c\,.\,\text{Sin}\,\gamma \\ +(Az - Cx).\,\text{Sin}\,b\,.\,\text{Sin}\,\beta \\ -(Bz - Cy).\,\text{Sin}\,a\,.\,\text{Sin}\,\alpha \end{array}\right\} (q)$$

35.

Man sieht leicht, daſs man den, die störenden Kräfte enthaltenden Theilen der Gleichungen eine bequemere Form geben kann, wenn man die noch immer willkührlich gelassene Richtung der Kräfte durch diese Bedingung bestimmt. Diesen Zweck wird man erreichen, wenn man neue Kräfte A', B', C', so bestimmt, daſs dadurch die drei letzten Glieder der Gleichungen m, o, p, q, in eins zusammengezogen werden: man wird also

$$r\,.\,A' = A\,.\,x + B\,.\,y + C\,.\,z$$

u. s. w.

setzen, und dadurch A', B', C' so bestimmen können, daſs sie der Bedingung

$$A'^2 + B'^2 + C'^2 = A^2 + B^2 + C^2$$

Genüge leisten. Allein es fällt in die Augen, daſs A' nichts

anders ist, als die nach dem Mittelpunkte der Sonne gerichtete störende Kraft; B' die in der Ebene der Bewegung gelegene, auf die vorige senkrechte, und C' die auf die beiden vorigen, und folglich auf die Ebene der Bewegung senkrechte. Wir werden also A', B', C' so bestimmen, daſs sie den Gleichungen

$$A' = A \,.\, \text{Cos}\,\lambda + B \,.\, \text{Cos}\,\lambda' + C \,.\, \text{Cos}\,\lambda''$$
$$B' = A \,.\, \text{Cos}\,\mu + B \,.\, \text{Cos}\,\mu' + C \,.\, \text{Cos}\,\mu''$$
$$C' = A \,.\, \text{Cos}\,\nu + B \,.\, \text{Cos}\,\nu' + C \,.\, \text{Cos}\,\nu''$$

entsprechen, in welchen die Winkel der Axen der x, y, z, mit dem Radius vector durch λ, λ', λ''; mit der darauf senkrechten, in der Ebene der Bewegung gezogenen Linie durch μ, μ', μ''; mit der auf beide senkrechten durch ν, ν', ν'', bezeichnet sind.

Nach dieser Erklärung wird man haben

$$\left.\begin{aligned} A' &= A\,\text{Sin}\,a\,\text{Sin}\,(\alpha+\omega+\varphi) + B\,\text{Sin}\,b\,\text{Sin}\,(\beta+\omega+\varphi) + C\,\text{Sin}\,c\,\text{Sin}\,(\gamma+\omega+\varphi) \\ B' &= A\,\text{Sin}\,a\,\text{Cos}\,(\alpha+\omega+\varphi) + B\,\text{Sin}\,b\,\text{Cos}\,(\beta+\omega+\varphi) + C\,\text{Sin}\,c\,\text{Cos}\,(\gamma+\omega+\varphi) \\ C' &= A\,\text{Sin}\,n\,\text{Sin}\,i - B\,\text{Cos}\,n\,\text{Sin}\,i + C\,\text{Cos}\,i \end{aligned}\right\} \quad (r)$$

und eben so

$$\left.\begin{aligned} A &= A'\,\text{Sin}\,a\,\text{Sin}\,(\alpha+\omega+\varphi) + B'\,\text{Sin}\,a\,\text{Cos}\,(\alpha+\omega+\varphi) + C'\,\text{Sin}\,n\,\text{Sin}\,i \\ B &= A'\,\text{Sin}\,b\,\text{Sin}\,(\beta+\omega+\varphi) + B'\,\text{Sin}\,b\,\text{Cos}\,(\beta+\omega+\varphi) - C'\,\text{Cos}\,n\,\text{Sin}\,i \\ C &= A'\,\text{Sin}\,c\,\text{Sin}\,(\gamma+\omega+\varphi) + B'\,\text{Sin}\,c\,\text{Cos}\,(\gamma+\omega+\varphi) + C'\,\text{Cos}\,i \end{aligned}\right\} \quad (s)$$

Es ziehen sich durch diese Transformation die letzten Glieder der Gleichungen m, o, p, q, in eins zusammen, und $A\left(\frac{dx}{dt}\right) + B\left(\frac{dy}{dt}\right) + C\left(\frac{dz}{dt}\right)$ verwandelt sich in

$$\frac{1}{h}\left\{B' + e\,(A'\,\text{Sin}\,\varphi + B'\,\text{Cos}\,\varphi)\right\}$$

36.

Wir wollen nun die neuen Kräfte A', B', C' für A, B, C substituiren, wodurch die entwickelten Gleichungen folgende Form erhalten.

$$
\left.\begin{aligned}
o = &-\left\{\frac{d.e\,\text{Sin}\,a\,\text{Sin}(\alpha+\omega)}{dt}\right\} + hA'\,\text{Sin}\,a\,\text{Cos}(\alpha+\omega+\varphi) \\
&\qquad - hB'\text{Sin}\,a\left\{2\text{Sin}(\alpha+\omega+\varphi) - \frac{\text{Cos}(\alpha+\omega+\varphi)\,e\,\text{Sin}\,\varphi}{1+e\,\text{Cos}\,\varphi}\right\} \\
&\qquad + \frac{r}{h}C'\text{Sin}\,n\,\text{Sin}\,i\,.\,e\,\text{Sin}\,\varphi. \\
o = &-\left\{\frac{d.e\,\text{Sin}\,b\,\text{Sin}(\beta+\omega)}{dt}\right\} + hA'\text{Sin}\,b\,\text{Cos}(\beta+\omega+\varphi) \\
&\qquad - hB'\text{Sin}\,b\left\{2\text{Sin}(\beta+\omega+\varphi) - \frac{\text{Cos}(\beta+\omega+\varphi)\,e\,\text{Sin}\,\varphi}{1+e\,\text{Cos}\,\varphi}\right\} \\
&\qquad - \frac{r}{h}C'\,\text{Cos}\,n\,\text{Sin}\,i\,.\,e\,\text{Sin}\,\varphi \\
o = &-\left\{\frac{d.e\,\text{Sin}\,c\,\text{Sin}(\gamma+\omega)}{dt}\right\} + hA'\text{Sin}\,c\,\text{Cos}(\gamma+\omega+\varphi) \\
&\qquad - hB'\,\text{Sin}\,c\left\{2\text{Sin}(\gamma+\omega+\varphi) - \frac{\text{Cos}(\gamma+\omega+\varphi)\,e\,\text{Sin}\,\varphi}{1+e\,\text{Cos}\,\varphi}\right\} \\
&\qquad + \frac{r}{h}C'\,\text{Cos}\,i\,.\,e\,\text{Sin}\,\varphi
\end{aligned}\right\} (n)^*
$$

$$
o = \frac{d.r^2\,\frac{d.\omega+\varphi}{dt}}{dt} + rB \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (o)^*
$$

$$
o = r^2.\left\{\frac{d\;\omega+\varphi}{dt}\right\}.\left\{\frac{di}{dt}\right\} + r\,.\,C'\,\text{Cos}(\omega+\varphi)\;\ldots\ldots\; (p)^*
$$

$$
o = r^2.\left\{\frac{d.\omega+\varphi}{dt}\right\}.\left\{\frac{dn}{dt}\right\}.\,\text{Sin}\,i + r\,.\,C'\,.\,\text{Sin}\,(\omega+\varphi)\;\ldots\; (q)^*
$$

$$
o = -\left\{\frac{d\,\frac{1}{2a}}{dt}\right\} + \frac{1}{h}\left\{B' + e\,(A'.\,\text{Sin}\,\varphi + B'.\,\text{Cos}\,\varphi)\right\}\;\ldots\; (l)^*
$$

$$
o = +\frac{d\,.\,r\left\{\frac{dr}{dt}\right\}}{dt} + \frac{1}{a} - \frac{1}{r} + r\,.\,A'\;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (m)^*
$$

37.

Wenn man die störenden Kräfte = o setzt, so verwandeln sich die Gleichungen

$$(o)^* \text{ in } o = 2r \cdot \left(\frac{dr}{dt}\right) \cdot \left(\frac{d \cdot \omega + \varphi}{dt}\right) + r^2 \cdot \left(\frac{d^2 \cdot \omega + \varphi}{dt^2}\right)$$

$$(m)^* \text{ in } o = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r \cdot \left(\frac{d^2 r}{dt^2}\right) + \frac{1}{a} - \frac{1}{r}$$

Diese entsprechen der Bewegung in einem, mit den, während dem Zeittheilchen dt stattfindenden Elementen, beschriebenen Kegelschnitte. Da diese Elemente dem Zeittheilchen dt genau entsprechend angenommen werden, so geben sie in $(m)^*$ und $(o)^*$ genau $\left(\frac{dr}{dt}\right)$ und $\left(\frac{d \cdot \omega + \varphi}{dt}\right)$: allein für $\left(\frac{d^2 \cdot r}{dt^2}\right)$ und $\left(\frac{d^2 \cdot \omega + \varphi}{dt^2}\right)$ werden sie die Werthe geben, die diese Quantitäten in ebendemselben Kegelschnitte haben; und folglich den Gleichungen $(o)^*$ und $(m)^*$ nicht entsprechen. Bezeichnet man nun den Werth von $\frac{d^2 r}{dt^2}$ in der zweiten Ellipse, — dem in der ersten, durch $\left(\frac{d^2 \cdot r}{dt^2}\right)'$; und eben so $\left(\frac{d^2 \cdot \omega + \varphi}{dt^2}\right)'$; so hat man aus $(o)^*$ und $(m)^*$, verbunden mit den beiden Gleichungen dieses §s,

$$o = \left(\frac{d^2 r}{dt^2}\right)' + A' \;\ldots\ldots\; (t)$$

$$o = r\left(\frac{d^2 \cdot \omega + \varphi}{dt^2}\right)' + B' \;\ldots\; (u)$$

Eben so geben die Gleichungen $(p)^*$, $(q)^*$ die Lage des Kometen gegen die Ebene seiner Bewegung im Zeittheilchen dt.

Denn es ist ihr zweites Differential, welches ich durch $\left(\frac{d^2 \zeta}{dt^2}\right)'$ bezeichnen werde, $= \frac{1}{\mathrm{Cos}\,(\omega + \varphi)} \cdot \left(\frac{di}{dt}\right) \cdot \left(\frac{d.\,\omega + \varphi}{dt}\right)$. Man sieht den Grund hiervon leicht ein, wenn man bedenkt, dafs beide Ebenen, — die der Bahn im Zeittheilchen dt, und der im folgenden — sich in der von dem Mittelpunkte der Sonne nach dem des Kometen gezogenen geraden Linie schneiden; oder, wenn man diese Bedingung aus den sie enthaltenden Gleichungen $(p)^*$, $(q)^*$ entwickelt. Es ist also

$$o = r\left(\frac{d^2 \zeta}{dt^2}\right)' + C' \; \ldots\ldots \quad (v)$$

38.

Betrachtet man also die Elemente der Bahn fortdauernd als beständig, so wird man durch die Gleichungen t, u, v, die Korrektionen bestimmen, die man den nach diesen Elementen berechneten Oertern hinzuzufügen hat. Die Schwierigkeit besteht nur in der doppelten Integration dieser Gleichungen; allein diese ist sehr reell, und bekanntlich ist, allgemein, und auf eine unbestimmte Zeit ausgedehnt, das Integral nicht zu erhalten, wenn der gestörte und der störende Körper sich nicht in wenig verschieden gelegenen Ebenen bewegen, und geringe Excentricitäten haben. Bei den Bahnen der Kometen, wo dieser Fall nicht Statt findet, mufs man zu mechanischen Quadraturen seine Zuflucht nehmen. Zwar liegt die Auseinandersetzung der hierzu anzuwendenden Methoden ausser meinem Plane, indem ich bei dem Kometen von 1807 keinen Gebrauch davon machte; indefs bemerke ich doch, dafs sie, allgemein betrachtet, auf der Entwickelung von A, $\frac{B'}{r}$, und $\frac{C'}{r}$ in Reihen von der Form

$$\lambda + \lambda' \cdot \psi t + \lambda'' \cdot \psi' t + \lambda''' \cdot \psi'' t + \lambda^{\mathrm{IV}} \cdot \psi''' t + \text{etc.}$$

beruht, wo λ, λ', λ'' von t unabhängig sind, und ψt, $\psi' t$, $\psi'' t$ etc. Funktionen von t bedeuten, deren doppelte Integrale man erhalten kann. Fände man es bequem, den Reihen die Form

$$\lambda + \lambda' t + \lambda'' t^2 + \lambda''' t^3 + \lambda^{IV} t^4 + \text{etc.}$$

zu geben, so würden die zweiten Integrale die Form

$$\frac{\lambda}{1.2} t^2 + \frac{\lambda'}{2.3} t^3 + \frac{\lambda''}{3.4} t^4 + \frac{\lambda'''}{4.5} t^5 + \text{etc.}$$

erhalten, wobei λ', λ'', λ''' etc., die successiven Differentiale

$$\left(\frac{dA'}{dt}\right);\ \tfrac{1}{2}.\left(\frac{d^2A'}{dt^2}\right);\ \tfrac{1}{6}.\left(\frac{d^3A'}{dt^3}\right);\ \text{etc.}$$

$$\text{oder}\left(\frac{d.B':r}{dt}\right);\ \tfrac{1}{2}.\left(\frac{d^2.B':r}{dt^2}\right);\ \tfrac{1}{6}.\left(\frac{d^3.B':r}{dt^3}\right);\ \text{etc.}$$

$$\text{oder}\left(\frac{d.C':r}{dt}\right);\ \tfrac{1}{2}.\left(\frac{d^2.C':r}{dt^2}\right);\ \tfrac{1}{6}.\left(\frac{d^3.C':r}{dt^3}\right);\ \text{etc.}$$

bedeuten würden. Man könnte dann die Werthe von λ, λ', λ'', λ''' etc., aus den endlichen Differenzen berechnen, oder sie auch in einigen Fällen analytisch entwickeln; allein eine umständliche Untersuchung einiger Vortheile, die man benutzen kann, diese Integrationen leichter und sicherer zu machen, würde mich zu weit von meinem Zwecke abziehen. Ich kehre also zu dem, den eigentlichen Gegenstand dieses Werkchens, den Kometen von 1807 angehenden, zurück.

39.

Es war mir hier darum zu thun, die Veränderung seiner Elemente, und nicht unmittelbar die Veränderung seines Orts zu haben. Zwar werden auch die Elemente durch die eben angeführte Methode gegeben; indeſs, wie es mir scheint, nicht so bequem und sicher, als durch eine andere, die ich

aus den Gleichungen $(l)^*$ bis $(q)^*$ ableitete, und die meinem Zwecke besser zu entsprechen schien.

Die Gleichungen t, u, v, geben alle Variationen der Elemente der Bahn; allein lieber werde ich sie aus der unmittelbaren Betrachtung der Gleichungen $(l)^*$ bis $(q)^*$ herleiten. Da bei der Bewegung in Kegelschnitten $r^2 . \frac{d.\omega+\varphi}{dt} = h$, so ist aus

$$(o)^* \ldots \left(\frac{dh}{dt}\right) = - r B' \ldots\ldots\ldots\ldots (w)$$

$$(p)^* \ldots \left(\frac{di}{dt}\right) = - \frac{r}{h} C' \operatorname{Cos}(\omega+\varphi) \ldots (x)$$

$$(q)^* \ldots \left(\frac{dn}{dt}\right) = - \frac{r}{h} C' . \frac{\operatorname{Sin}(\omega+\varphi)}{\operatorname{Sin} i} \ldots (y)$$

und unmittelbar aus $(l)^*$

$$\left(\frac{da}{dt}\right) = - \frac{2a^2}{h} [e.A'.\operatorname{Sin}\varphi + B'.(1+e.\operatorname{Cos}\varphi)] \ldots (z)$$

Aus (w) und (z) erhält man $\left(\frac{de}{dt}\right)$; denn es ist

$$a(1-ee) = hh,$$

woraus

$$de = \frac{da}{2a^2} . \frac{h^2}{e} - \frac{h}{ae} . dh$$

also ist

$$\left(\frac{de}{dt}\right) = - A'.h.\operatorname{Sin}\varphi - B'.\frac{r}{h}(e+2.\operatorname{Cos}\varphi+e.\operatorname{Cos}\varphi^2) \ldots (a')$$

40.

Die Differentiale in den Gleichungen $(n)^*$ sind, wenn man sie entwickelt,

$$-\left[\frac{da}{dt}\right]\mathrm{Sin}\,a\,\mathrm{Sin}\,(\alpha+\omega)-\left[\frac{d\omega}{dt}\right]e\,\mathrm{Sin}\,a\,\mathrm{Cos}\,(\alpha+\omega)-e\,\mathrm{Sin}\,b\,\mathrm{Sin}\,c\,\mathrm{Sin}\,(\beta-\gamma).\left[\frac{di}{dt}\right]$$
$$+e\,\mathrm{Sin}\,b\,\mathrm{Sin}\,(\beta+\omega).\left[\frac{dn}{dt}\right]$$
$$-\left[\frac{de}{dt}\right]\mathrm{Sin}\,b\,\mathrm{Sin}\,(\beta+\omega)-\left[\frac{d\omega}{dt}\right]e\,\mathrm{Sin}\,b\,\mathrm{Cos}\,(\beta+\omega)+e\,\mathrm{Sin}\,a\,\mathrm{Sin}\,c\,\mathrm{Sin}\,(\alpha-\gamma).\left[\frac{di}{dt}\right]$$
$$-e\,\mathrm{Sin}\,a\,\mathrm{Sin}\,(\alpha+\omega).\left[\frac{dn}{dt}\right]$$
$$-\left[\frac{de}{dt}\right]\mathrm{Sin}\,c\,\mathrm{Sin}\,(\gamma+\omega)-\left[\frac{d\omega}{dt}\right]e\,\mathrm{Sin}\,c\,\mathrm{Cos}\,(\gamma+\omega)-e\,\mathrm{Sin}\,a\,\mathrm{Sin}\,b\,\mathrm{Sin}\,(\alpha-\beta).\left[\frac{di}{dt}\right]$$
$$+\ *$$

Substituirt man für $\left(\frac{di}{dt}\right)$ und $\left(\frac{dn}{dt}\right)$ ihre eben gefundenen Werthe, so verwandelt sich die erste der Gleichungen $(n)^*$ in

$$o=-\left[\frac{de}{dt}\right]\mathrm{Sin}(\alpha+\omega)-\left[\frac{d\omega}{dt}\right]e\,\mathrm{Cos}(\alpha+\omega)+hA'\mathrm{Cos}(\alpha+\omega+\phi)-hB'\left[2\,\mathrm{Sin}(\alpha+\omega+\phi)\right.$$
$$\left.-\frac{e\,\mathrm{Sin}\,\phi\,.\,\mathrm{Cos}\,(\alpha+\omega+\phi)}{1+e\,\mathrm{Cos}\,\phi}\right]+\frac{er\,.\,C'}{h\,\mathrm{tang}\,i}[\mathrm{Cos}(\alpha+\omega+\phi)\mathrm{Sin}\,\omega+\mathrm{Cos}\,\alpha\,\mathrm{Sin}\phi]$$

die anderen in völlig analoge. Multiplicirt man sie mit

$$\begin{array}{l|l} \mathrm{Sin}\,a^2\ \ \mathrm{Sin}\,(\alpha+\omega) & \mathrm{Sin}\,a^2\ \ \mathrm{Cos}\,(\alpha+\omega) \\ \mathrm{Sin}\,b^2\ \ \mathrm{Sin}\,(\beta+\omega) & \mathrm{Sin}\,b^2\ \ \mathrm{Cos}\,(\beta+\omega) \\ \mathrm{Sin}\,c^2\ \ \mathrm{Sin}\,(\gamma+\omega) & \mathrm{Sin}\,c^2\ \ \mathrm{Cos}\,(\gamma+\omega) \end{array}$$

so hat man die Summen der Produkte

$$o=-\left(\frac{de}{dt}\right)-A'h\,\mathrm{Sin}\,\phi-\frac{B'.r}{h}\,[e+2\,\mathrm{Cos}\,\phi+e\,\mathrm{Cos}\,\phi^2]$$

$$o=-\left(\frac{d\omega}{dt}\right)e+A'h\,\mathrm{Cos}\phi-\frac{B'.r}{h}[2+e\,\mathrm{Cos}\phi]\,\mathrm{Sin}\phi+\frac{C'.er}{h\,\mathrm{tang}\,i}\mathrm{Sin}(\omega+\phi)$$

Hieraus ergiebt sich für $\left(\frac{de}{dt}\right)$ der Werth (a'), und

$$\left(\frac{d\omega}{dt}\right)=\frac{A'h}{e}\mathrm{Cos}\,\phi-\frac{B'.r}{h.e}[2+e\,\mathrm{Cos}\phi]\,\mathrm{Sin}\phi+\frac{C'\,.\,r}{h\,\mathrm{tang}\,i}.\,\mathrm{Sin}\,(\omega+\phi)\qquad(b')$$

41.

Es bleibt nur noch $\left(\frac{dT}{dt}\right)$ zu bestimmen übrig; man kann den Werth dieses Differentials durch die Gleichung $(m)^*$ erhalten. Es ist das dortige $r \cdot \frac{dr}{dt} = \frac{he \operatorname{Sin} \varphi}{1 + e \operatorname{Cos} \varphi}$; und das Differential hiervon, so genommen, daſs nur die Elemente als veränderlich angesehen werden, $= - A' \cdot r$. Man findet durch die Differentiirung von $\frac{he \operatorname{Sin} \varphi}{1 + e \operatorname{Cos} \varphi}$

$$o = \left(\frac{dT}{dt}\right) \cdot \frac{e}{h^2}\, 1 + \operatorname{Cos} \varphi + \left(\frac{de}{dt}\right) \frac{a}{h} \operatorname{Sin} \varphi + \left(\frac{da}{dt}\right) \left[\frac{h \operatorname{Sin} \varphi}{1 + e \operatorname{Cos} \varphi} - \frac{3}{h^2}\, e + \operatorname{Cos} \varphi\, (T+t)\right] \frac{e}{2a} + A' r.$$

Woraus man, wenn man für $\left(\frac{de}{dt}\right)$ und $\left(\frac{da}{dt}\right)$ ihre Werthe (z), (a'), setzt, erhält

$$\left(\frac{dT}{dt}\right) = a \left[\frac{r}{e}(2e - \operatorname{Cos} \varphi - e \operatorname{Cos} \varphi^2) - \frac{3e}{h} \operatorname{Sin} \varphi . (T+t)\right] A' + a \left[\frac{r}{e} \operatorname{Sin} \varphi\, (2 + e \operatorname{Cos} \varphi) - \frac{3}{h}(1 + e \operatorname{Cos} \varphi . (T+t)\right] B' \qquad (c')$$

42.

Der Werth von $\left(\frac{dT}{dt}\right)$ läſst sich sehr schwer nach dieser Gleichung berechnen, wenn die Bahn einer Parabel sehr nahe kömmt; für die Parabel selbst wird der Ausdruck völlig unbestimmt. Man muſs also einen andern entwickeln, der nach den Potenzen des Unterschiedes der Bahn von einer Parabel fortgeht; ich habe dazu folgenden Weg eingeschlagen.

Der Koefficient von A', im Ausdrucke von $\left(\frac{dT}{dt}\right)$ ist, wenn man darin die wahre Anomalie ϕ durch die excentrische u mittelst der Gleichung

$$\text{tang } \tfrac{1}{2} u = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \, . \, \text{tang } \tfrac{1}{2} \phi = \sqrt{\frac{\delta}{2-\delta}} \, . \, \text{tang } \tfrac{1}{2} \phi.$$

eliminirt, $= V =$

$$\frac{a^3}{r}\left\{3 + e^2 - \left(3e + \frac{1}{e}\right) \text{Cos}\, u + e^2 \,\text{Sin}\, u^2 - 3eu\,\text{Sin}\, u\right\}$$

Man setze $\text{tang } \frac{1}{2} \phi = t$, $\text{tang } \frac{1}{2} u = \tau$, so hat man

$$\text{Cos}\, u = \frac{1-\tau^2}{1+\tau^2} = \frac{1-\frac{1}{2}\delta(1+tt)}{1-\frac{1}{2}\delta(1-tt)}$$

$$\text{Sin}\, u^2 = \frac{4\tau^2}{(1+\tau^2)^2} = \frac{2-\delta\,.\,\delta\,.\,tt}{[1-\frac{1}{2}\delta(1-tt)]^2}$$

$$u\,\text{Sin}\, u = \frac{2\delta\,.\,t^2}{1-\frac{1}{2}\delta(1-tt)}\left[1 - \tfrac{1}{3}\,.\,\frac{\delta t^2}{2-\delta} + \tfrac{1}{5}\,.\,\frac{\delta^2}{(2-\delta)^2}\,.\,t^4 - \tfrac{1}{7}\,.\,\frac{\delta^3}{(2-\delta)^3}\,.\,t^6 + \text{etc.} \ldots\right]$$

$$\frac{a^3}{r} = \frac{a^2\,.\,[1-\frac{1}{2}\delta(1-tt)]}{(1+tt)(1-\frac{1}{2}\delta)\,\delta}$$

und hieraus, nach einer leichten Reduktion,

$$V = \frac{a^2}{(1+tt)(1-\frac{1}{2}\delta)}\left\{(4-2\delta+\delta^2)tt - \frac{\delta^2}{1-\delta}[1-\tfrac{1}{2}\delta(1+tt)] + \frac{(2-5\delta+4\delta^2-\delta^4)}{1-\frac{1}{2}\delta(1+tt)}tt - 6(1-\delta)t^2\left[1 - \tfrac{1}{3}\,.\,\frac{\delta t^2}{2-\delta} + \tfrac{1}{5}\,.\,\frac{\delta^2}{(2-\delta)^2}tt - \ldots\right]\right\}$$

Um diesen Ausdruck nach Potenzen von δ zu ordnen, bezeichne man allgemein den $x$ten Koefficienten eines zur

$y$ten Potenz erhobenen Binomii durch $P^{(x)}_{(y)}$. Man wird dann das allgemeine Glied von

$$\frac{-\delta^2}{1-\delta}\left[1-\tfrac{1}{2}\delta(1+tt)\right]=\left[-P^{(n-2)}_{(-1)}-P^{(n-3)}_{(-1)}\tfrac{1}{2}(t+tt)\right](-\delta)^n$$

das von

$$\frac{2 \quad 5\delta+4\delta^2-\delta^4}{1-\frac{1}{2}\delta.(1-tt)}.tt=\left[P^{(n)}_{(-1)}.2\left(\frac{1-tt}{2}\right)^n+P^{(n-1)}_{(-1)}.5\left(\frac{1-tt}{2}\right)^{n-1}\right.$$
$$\left.+P^{(n-2)}_{(-1)}.4\left(\frac{1-tt}{2}\right)^{n-2}+P^{(n-3)}_{(-1)}\left(\frac{1-tt}{2}\right)^{n-3}\right]t^2(-\delta)^n$$

haben.

Das allgemeine Glied der Reihe ist

$$\frac{+\delta^m(-t^2)^m}{2^m.2m+1.(1-\frac{1}{2}\delta)^m}$$

Allein das allgemeine Glied der Entwickelung von $(-\frac{1}{2}\delta)^{-m}$ ist,

$$P^{(i)}_{(-m)}\left(\frac{-\delta}{2}\right)^i$$

folglich entsteht aus dem allgemeinen Gliede der Reihe ein Glied

$$P^{(i)}_{(-m)}.\frac{t^{2m}}{2^{m+i}.2m+1}.(-\delta)^{m+i}.$$

Da aber die Reihe in $o-\delta$ multiplicirt ist, so ist das, aus dem $m$ten Gliede derselben entspringende, die $m+i$te Potenz von δ enthaltende Glied

$$=\left[\frac{P^{(i)}_{(-m)}}{2^{m+i}}+\frac{P^{(i-1)}_{(-m)}}{2^{m+i-1}}\right]\frac{t^{2m}}{2m+1}.(-\delta)^{m+i}$$

Setzt man nun $m+i=n$, so ist das aus dem $m$ten Gliede der in $1-\delta$ multiplicirten Reihe entstehende allgemeine Glied

$$=\left[P^{(n-m)}_{(-m)}+2\,P^{(n-m-1)}_{(-m)}\right]\frac{t^{2m}}{2m+1}.\left(\frac{-\delta}{2}\right)^n$$

folglich der aus allen Gliedern der in $-6\,t^2\,(1-\delta)$ multiplicirten Reihe entstehende Koefficient von $(-\delta)^n$

$$= \frac{-6}{2^n} \cdot \Sigma \, \frac{t^{2m+2}}{2m+1} \left(P^{(n-m)}_{(-m)} + 2\,P^{(n-m-1)}_{(-m)}\right)$$

wo das Summenzeichen sich auf alle ganze positive m erstreckt.

Man addire nun alle entwickelte Koefficienten von $(-\delta)^n$, so wird man haben

$$V = \frac{a^2}{(1+tt)(1-\frac{1}{2}\delta)} \left\{ \begin{array}{l} (4-2\delta+\delta^2)tt + \ldots \Sigma(-\delta)^n \left\{ -P^{(n-2)}_{(-1)} - P^{(n-3)}_{(-1)} \left(\frac{1+tt}{2}\right) \right. \\ + P^{(n)}_{(-1)}\, 2\,t^2 \left(\frac{1-tt}{2}\right)^n + P^{(n-1)}_{(-1)}\, 5\,t^2 \left(\frac{1-tt}{2}\right)^{n-1} \\ + P^{(n-2)}_{(-1)}\, 4t^2 \left(\frac{1-tt}{2}\right)^{n-2} + P^{(n-3)}_{(-1)}\, t^2 \left(\frac{1-tt}{2}\right)^{n-3} \\ \left. \frac{-6}{2^n}\, \Sigma\, \frac{t^{2m+2}}{2m+1} \left(P^{(n-m)}_{(-m)} + 2\,P^{(n-m-1)}_{(-m)}\right) \right\}. \end{array} \right\}$$

Wenn $n = 3$, oder grösser als 3 ist, so kann man das unter dem Summenzeichen stehende Glied noch sehr zusammenziehen; denn alsdann verschwindet keiner der Binomialkoefficienten, und alle zur Potenz -1 gehörige sind $= +1$, oder -1. Berechnet man nun für $n = 1$ und 2 die Glieder besonders, so wird man für alle übrige folgenden bequemeren Ausdruck haben, in welchem noch für $a\delta$ sein Werth π gesetzt ist.

$$V = \frac{\pi^2}{(1-\frac{1}{2}\delta)(1+tt)} \left\{ \begin{array}{l} (-1 + 3t^2 + t^4 + \frac{1}{5}t^6) + \ldots\ldots \\ + \Sigma(+\delta)^{n-2} \left\{ -\frac{1}{2}(1-tt) - \frac{(1-tt)^{n-3}(1+tt)^2\, t^4}{2^{n-1}} \right\} \\ - \Sigma(-\delta)^{n-2} - \frac{6}{2^n}\, \Sigma\, \frac{t^{2m+2}}{2m+1} \left[P^{(n-m)}_{(-m)} + 2P^{(n-m-1)}_{(-m)}\right] \end{array} \right\}$$

Auf eine völlig ähnliche Weise findet man den Koefficienten von $B' = W$, aus der Entwickelung von

$$W = \frac{a^3\sqrt{1-ee}}{r}\left[\left(\frac{2}{e} - \operatorname{Cos} u\right)\operatorname{Sin} u + 2e\operatorname{Sin} u - 3u\right]$$

und unter derselben Einschränkung, daſs n nicht kleiner ist, als 3, =

$$W = \frac{\pi^2}{(1-\frac{1}{2}\delta)(1+tt)}\left\{\begin{array}{l}(4t - \frac{4}{5}t^4) + \ldots\ldots \\ + \Sigma\,\delta^{n-2}\cdot\left[t - \frac{(1-tt)^{n-2}\,t^5}{2^{n-2}}\right] \\ - \Sigma(-\delta)^{n-2}\cdot\frac{3t}{2^{n-1}}\cdot\Sigma\frac{t^{2m}}{2m+1}\left[P^{(n\cdot m)}_{(\cdot m)} + (1-tt)P^{(n\cdot m\cdot 1)}_{(\cdot m)}\right]\end{array}\right\}$$

Man kann nach diesen Ausdrücken leicht so viele Glieder berechnen, als man gebraucht; die ersten führe ich hier an:

$$\begin{aligned}\left(\frac{dT}{dt}\right) = {} & \frac{A'\pi^2}{(1-\frac{1}{2}\delta)(1+tt)}\left\{\begin{array}{l}(-1+3t^2+t^4+\frac{1}{3}t^6)+(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}t^2-\frac{1}{2}t^4-\frac{1}{2}t^6-\frac{1}{7}t^8)\delta \\ +(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}t^2+\frac{1}{4}t^4-\frac{1}{20}t^6+\frac{5}{28}t^8+\frac{1}{12}t^{10})\delta^2\end{array}\right\} \\ & + \frac{B'\pi^2}{(1-\frac{1}{2}\delta)(1+tt)}\left\{\begin{array}{l}(4t-\frac{4}{5}t^5)+(t-\frac{2}{5}t^5+\frac{16}{35}t^7)\delta \\ +(t-\frac{1}{5}t^5+\frac{16}{35}t^7-\frac{5}{21}t^9)\delta^2 \;\ldots\end{array}\right\}\end{aligned} \qquad (d')$$

Gewöhnlich wird man schon mit dem ersten Gliede ausreichen, und

$$\left(\frac{dT}{dt}\right) = \frac{\pi^2}{1+tt}A'(-1+3t^2+t^4+\tfrac{1}{3}t^6) + \frac{\pi^2}{1+tt}B'(4t-\tfrac{4}{5}t^5)$$

setzen können.

43.

Die den entwickelten Differentialgleichungen zum Grunde liegende Zeiteinheit ist die, die ein von der Kraft 1 getriebener Körper gebrauchen würde, den Raum 1 zurück zu legen. Will man die Zeit in mittleren Tagen ausdrücken, so darf man diese nur mit $k = 0{,}01720209895$ (der Logarithme dieser Zahl ist 8,2355814414) *) multipliciren, um sie auf jene

*) Gauss Theoria motus corporum coelestium. §. 1.

Einheit zurück zu führen. Dann werden die Differentialgleichungen die Veränderungen der Elemente für einen mittleren Tag angeben; jedoch ist die für $\left(\frac{dT}{dt}\right)$ gefundene Gleichung (d') hiervon ausgenommen, indem sie auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens die Zeit in einem gleichen Maſse ausgedrückt enthält, also ohne Multiplikation für jede Zeiteinheit gilt.

Kann man die Integrale der Gleichungen nicht analytisch erhalten, welches bei den Störungen der Kometen der Fall ist, so wird man sich die Zeiten und die ihnen zugehörigen Differentiale als rechtwinklige Koordinaten denken, die eine Kurve aus dem Geschlechte der Parabeln bestimmen, deren Quadratur man immer erhalten kann. Die Theorie der endlichen Differenzen bietet die Mittel dazu dar, und giebt folglich die Integrale der Differentialgleichungen, oder die Veränderungen der Elemente, in einer endlichen, jedoch innerhalb gewisser Grenzen gelegenen Zeit. Es ist hier nicht der Ort, weitläuftige Untersuchungen über diesen Gegenstand anzustellen; ich setze also die Methoden, die man gegeben hat, als bekannt voraus, und gehe zu der Berechnung der Kräfte, die den Kometen stören, über.

44.

Man nenne die Koordinaten der störenden Körper $x', y', z', x'', y'', z''$ etc., ihre Massen μ', μ'' etc., so hat man

$$A = \Sigma \left\{\frac{x'\mu'}{r'^3} - \frac{(x'-x)\mu'}{\varrho'^3}\right\}$$

$$B = \Sigma \left\{\frac{y'\mu'}{r'^3} - \frac{(y'-y)\mu'}{\varrho'^3}\right\} \qquad (e')$$

$$C = \Sigma \left\{\frac{z'\mu'}{r'^3} - \frac{(z'-z)\mu'}{\varrho'^3}\right\}$$

wo $\varrho^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2$, und das Summenzeichen sich auf alle störende Körper bezieht.

Bezieht man die Koordinaten auf die Ekliptik, welches am bequemsten seyn wird, und setzt man

$$x' = r' . \text{Cos } l' . \text{Cos } \lambda'$$
$$y' = r' . \text{Sin } l' . \text{Cos } \lambda'$$
$$z' = r' . \text{Sin } \lambda'$$

wo l' die heliocentrische Länge, und λ' die heliocentrische Breite, r' den Radius vector des störenden Planeten bedeutet; so wird die durch die Nachtgleichepunkte und den Mittelpunkt der Sonne gezogene Linie die Axe der x' seyn; die in der Ekliptik gelegene, auf die Axe der x' senkrechte, die Axe der y'; endlich die auf beide vorige senkrechte, die Axe der z'. Man wird dann die auf diese Axen bezogenen Koordinaten des Kometen erhalten, wenn man durch i die Neigung seiner Bahn gegen die Ekliptik, und durch n die Länge seines Knotens, vom Frühlingsnachtgleichepunkte angerechnet, bezeichnet. Man könnte die Ausdrücke für A, B, C, noch weiter entwickeln, und statt der Koordinaten die sie bestimmenden Winkel hineinbringen; allein mir scheint der unmittelbare Gebrauch der gegebenen Formeln bequemer.

Bezeichnet man Sin a . Sin $(\alpha + \omega + \varphi)$ durch (a), Sin a . Cos $(\alpha + \omega + \varphi)$ durch (a'); eben so (b), (b'), (c), (c'), so erhält man aus den Gleichungen (r) §. 35, wenn man sich an die §. 30 entwickelten Relationen erinnert,

$$\left.\begin{aligned} A &= \Sigma\left([x'(a) + y'(b) + z'(c)]\left[\frac{\mu'}{r'^3} - \frac{\mu'}{\varrho'^3}\right] + \frac{\mu' r}{\varrho'^3}\right) \\ B' &= \Sigma\left([x'(a') + y'(b') + z'(c')]\left[\frac{\mu'}{r'^3} - \frac{\mu'}{\varrho'^3}\right]\right) \\ C &= \Sigma\left([x' \text{Sin}\, n \,\text{Sin}\, i - y' \text{Cos}\, n \,\text{Sin}\, i + z' \text{Cos}\, i]\left[\frac{\mu'}{r'^3} - \frac{\mu'}{\varrho'^3}\right]\right) \end{aligned}\right\} \quad (f')$$

Doch wird es, wenn man nicht die Störung jedes Planeten einzeln, sondern die Summe mehrer berechnen will, am bequemsten seyn, A', B', C', aus den Werthen von A, B, C, die sich leichter berechnen lassen, durch die Gleichungen (r) herzuleiten.

Dritte Abtheilung.

Berechnung der wahren Bahn des Kometen, mit Berücksichtigung seiner Störungen.

45.

Die Anwendung der auseinandergesetzten Methode hatte nun nur noch die Schwierigkeit der numerischen Entwickelung. Ich setzte dabei die Massen der Planeten voraus, die Laplace (Exposition du Système du monde, Liv. IV. Ch. III.) annimmt, und berechnete für Zeitintervalle von 30 Tagen fogende Werthe der störenden Kräfte, (für 8 U M. Z. in Paris)

		A'	B'	C'
1807	Sept. 22	+ 0,0000070,4	— 0,0000024,7	+ 0,0000011,8
	Okt. 22	+ 0,0000123,4	+ 0,0000103,7	+ 0,0000048,9
	Nov. 21	+ 0,0000149,4	+ 0,0000081,6	+ 0,0000013,1
	Dec. 21	+ 0,0000156,2	+ 0,0000057,6	+ 0,0000013,7
1808	Jan. 20	+ 0,0000129,1	— 0,0000023,0	+ 0,0000006,4
	Febr. 19	+ 0,0000102,4	— 0,0000086,2	— 0,0000028,7
	März 20	+ 0,0000096,4	— 0,0000128,4	— 0,0000087,2

und hieraus die täglichen Variationen der Elemente

		$\left(\frac{dT}{dt}\right)$	$\left(\frac{d\omega}{dt}\right)$	$\left(\frac{de}{dt}\right)$
1807	Sept. 22	— 0, 000003, 20	+ 0″, 03061	+ 0, 0000000, 729
	Okt. 22	+ 0, 000009, 94	— 0″, 04945	— 0, 0000004, 989
	Nov. 21	+ 0, 000016, 93	— 0″, 07292	— 0, 0000004, 377
	Dec. 21	+ 0, 000022, 10	— 0″, 05406	— 0, 0000003, 425
1808	Jan. 20	+ 0, 000025, 09	+ 0″, 00242	— 0, 0000002, 004
	Febr. 19	+ 0, 000030, 04	+ 0″, 07007	— 0, 0000000, 922
	März 20	+ 0, 000045, 01	+ 0″, 11963	— 0, 0000000, 520

		$\left(\frac{dh}{dt}\right)$	$\left(\frac{di}{dt}\right)$	$\left(\frac{dn}{dt}\right)$
1807	Sept. 22	+ 0, 0000000, 276	— 0″, 02175	— 0″, 00603
	Okt. 22	— 0, 0000001, 685	— 0″, 00431	— 0″, 01545
	Nov. 21	— 0, 0000001, 951	+ 0″, 00082	— 0″, 00631
	Dec. 21	— 0, 0000001, 188	+ 0″, 00287	— 0″, 00821
1808	Jan. 20	+ 0, 0000000, 969	+ 0″, 00222	— 0″, 00439
	Febr. 19	+ 0, 0000003, 931	— 0″, 01402	+ 0″, 02153
	März 20	+ 0, 0000006, 689	— 0″, 05546	+ 0″, 07048

Durch zweckmäſsige Interpolationsmethoden kann man hieraus die Veränderungen der Elemente vom 22 September bis zu irgend einem, zwischen diesem Tage und dem 20 März befindlichen, oder diesem bald folgenden Zeitpunkte erhalten

46.

Es würde zwecklos, und dem Aufwande von Mühe, den diese Entwickelung der Differentiale kostete, nicht angemessen gewesen seyn, wenn ich die neu zu bestimmende Bahn an drei einzelne, oder auch an drei korrigirte, zwischen mehreren Beobachtungen das Mittel haltende Oerter, angeschlossen hätte. Ich suchte daher eine Bahn, die nicht drei Beobachtungen vollständig, wohl aber der ganzen Reihe so gut als möglich, Genüge leistete; ich bestimmte sie folglich nach der Methode der sogenannten moindres quarrés, von welcher ihr Erfinder in seinem unsterblichen Werke

(Gaufs. Theoria motus corporum coelestium, Lib II. Sect. III. §. 179) erwiesen hat, dafs sie die möglichst genaue Erfüllung einer Anzahl Bedingungsgleichungen giebt, die grösser ist, als die Zahl der darin enthaltenen unbekannten Grössen.

Da es aber auf der andern Seite eben so wenig zweckmäfsig und ungeheuer mühsam gewesen seyn würde, jede einzelne Beobachtung auf diese Weise in Rechnung zu ziehen: so formirte ich aus den Beobachtungen 6 Fundamentalörter, deren jeder ein Mittel zwischen mehreren Beobachtungen hielt. Ich erhielt diese aus der §. 25. 26 gegebenen Vergleichung der Vten Elemente mit den Beobachtungen; denn es waren die Fehler dieser Elemente aus

6 Beobachtungen	(1)	für Sept. 28. 8U M.Z.	— 6″,8	— 4″,2
24 - - - - -	(2)	- Okt. 22. - - -	+ 3″,9	+ 9″,7
14 - - - - -	(3)	- Nov. 11. - - -	+ 5″,9	+ 13″,5
6 - - - - -	(4)	- Dec. 8. - - -	0″,0	+ 1″,7
13 - - - - -	(5)	- Febr. 21. - - -	— 2″,7	— 8″,9
7 - - - s -	(6)	- März 23. - - -	+ 7″,3	— 35″,6

Diese Fehler, mit verkehrtem Zeichen zu den durch die Bahn gegebenen scheinbaren Oertern addirt, geben die beobachteten scheinbaren Oerter; diese, von der Äberration befreit, die wahren.

8 U M Z. in Paris		Scheinbare Gerade Aufsteig.	Scheinbare Abweichung.	Wahre Gerade Aufsteig	Wahre Abweichung.
1807	Sept. 28	220° 4′ 29″,6	— 0° 8′ 31″,7	220° 4′ 57″,4	— 0° 8′ 9″,2
	Okt. 22	244° 57′ 32″,0	+ 20° 32′ 40″,7	244° 57′ 56″,2	+ 20° 52′ 58″,8
	Nov. 11	265° 8′ 18″,6	32° 52′ 14″,6	265° 8′ 47″,5	+ 32° 52′ 28″,6
	Dec. 8	295° 26′ 46″,5	43° 7′ 28″,4	295° 27′ 23″,6	43° 7′ 36″,5
1808	Febr. 21	5° 6′ 14″,3	48° 22′ 26″,5	5° 6′ 54″,1	48° 22′ 26″,8
	März 25	23° 39′ 44″,8	48° 49′ 48″,8	23° 40′ 24″,1	48° 49′ 50″,3

47.

Zur festen Ebene für diese Beobachtungen, die sich auf die bewegliche Ebene des Aequators beziehen, nahm ich die

Ebene der Ekliptik am 22 Sept. 1807; ihre mittlere Neigung gegen den Aequator berechnete ich = 23° 27′ 52″,63; und ihre scheinbare, oder von der Nutation afficirte

1807.	Sept. 28.	23° 27′	48″,35
	Okt. 22.	. . .	48″,19
	Nov. 11.	. . .	47″,98
	Dec. 8.	. . .	47″,82
1808.	Febr. 21.	. . .	47″,27
	März 23.	. . .	47″,02

Damit erhielt ich folgende Längen und Breiten; diese über der wahren Ekliptik des 22 Sept., jene von dem jedesmahligen Durchschnittspunkte des Aequators mit dieser Ebene, angerechnet.

	8ᵁ M.Z.	Länge.	Breite.
1807	Sept. 28	217° 42′ 41″, 4	14° 43′ 34″, 0
	Okt. 22	238° 10′ 36″,74	41° 17′ 3″,71
	Nov. 11	269° 39′ 30″,31	56° 12′ 51″,06
	Dec. 8	313° 21′ 2″, 3	62° 48′ 25″, 3
1808	Febr. 21	28° 0′ 38″, 9	41° 27′ 40″, 1
	März 23	41° 57′ 54″, 5	35° 49′ 23″,56

Die diesen Zeitpunkten zugehörigen Längen, Breiten und Abstände der Sonne fanden sich nach Delambre's Tafeln, nach der vom Verfasser in der Conn. des Tems 1810 angezeigten Korrektion,

		Länge.	Breite.	Abstand.
1807	Sept. 28	184° 44′ 36″,8	— 0″,47	1,0012000
	Okt. 22	208° 30′ 11″,2	— 0″,41	0,9943492
	Nov. 11	238° 32′ 45″,0	+ 0″,77	0,9892791
	Dec. 8	255° 52′ 38″,6	+ 0″,28	0,9845786
1808	Febr. 21	332° 4′ 54″,0	+ 0″,27	0,9895794
	März 23	3° 2′ 3″,4	+ 0″,55	0,9977978

48.

Die Wahl der zur Bestimmung der Elemente anzuwendenden Methode war, da die Erreichung der gröfsten Genauigkeit mein Zweck war, nicht mehr willkührlich: denn ich mufste nun die, kleinen Variationen der Elemente T, ω, e, π, i, n, zugehörigen Aenderungen der geocentrischen Länge oder Breite in Zahlen entwickeln, daraus 12 Gleichungen formiren, und, da diesen durch 6 unbekannte Grössen nicht genau Genüge geleistet werden kann, durch die Bedingung, dafs die Summe der Quadrate der übrig bleibenden Fehler ein Minimum seyn soll, die wahrscheinlichsten Variationen der Elemente ΔT, $\Delta\omega$, $\Delta\pi$ etc., bestimmen. Ehe ich zu dieser Arbeit schreiten konnte, mufsten die Veränderungen der Elemente, vom 22 September angerechnet, durch die §. 45. gegebenen Differentiale bestimmt, und die 12 Fundamentalgleichungen durch die Vergleichung mit den so korrigirten Elementen der 5ten Bahn (§. 25), und nicht mit der 5ten Bahn selbst, formirt werden. So erhielt ich die Elemente, in der Voraussetzung, die 5te Bahn gelte genau für den 22 September 1807, wie folgt.

		$T - \Delta T$	$\omega - \Delta\omega$	$\log(\pi - \Delta\pi)$	$\log(h - \Delta h)$
1807	Sept. 28	— 18,737101	+ 4° 5′ 41″, 72	9,8101467,5	0,1100969,0
	Okt. 22	— 18,736989	+ 4° 5′ 41″, 11	9,8101473,6	0,1100955,5
	Nov. 11	— 18,736744	4° 5′ 39″, 97	9,8101467,5	0,1100928,3
	Dec. 8	— 18,736273	4° 5′ 58″, 33	9,8101457,2	0,1100893,3
1808	Febr. 21	— 18,734405	4° 5′ 58″, 06	9,8101536,9	0,1100934,9
	März 23	— 18,735202	4° 5′ 41″, 17	9,8101673,7	0,1101067,1

$e - \Delta e$	$n - \Delta n$ + Praec. + Nutatio.	$i - \Delta i$
0,99503335	266° 48′ 26″, 58	63° 10′ 10″, 74
0,99502425	266° 48′ 28″, 86	63° 10′ 10″, 59
0,99501468	266° 48′ 31″, 19	63° 10′ 10″, 52
0,99500321	266° 48′ 34″, 67	63° 10′ 10″, 45
0,99498579	266° 48′ 44″, 52	63° 10′ 10″, 55
0,99498365	266° 48′ 49″, 68	63° 10′ 9″, 31

49.

Mit diesen Elementen ergaben sich folgende Unterschiede der Beobachtungen und der Rechnung,

		Länge.	Breite.
1807.	Sept. 28.	— 8″,93	— 4″,17
	Okt. 22.	+ 3″,08	+ 11″,02
	Nov. 11.	+ 5″,15	+ 15″,09
	Dec. 8.	+ 2″,33	+ 6″,14
1808.	Febr. 21.	+ 10″,01	— 3″,25
	März 23.	+ 3″,81	— 33″,88

und folgende zwölf Fundamentalgleichungen

Länge.	0 = — 8″,93	+ 1,8389 ΔT	— 0,3297 $\Delta\delta$	+ 14,7722 $\Delta\pi$	— 0,6573 $\Delta\omega$	+ 2,471 Δn	— 1,7206 Δi
	0 = + 3″,08	+ 0,3388 -	— 2,6006 -	+ 16,6248 -	— 3,4968 -	+ 0,571 -	— 7,7074 -
	0 = + 5″,15	+ 7,5034 -	— 6,2383 -	+ 5,2803 -	— 1,4516 -	— 1,075 -	— 14,9090 -
	0 = + 2″,33	+ 20,9044 -	— 4,7640 -	— 41,5303 -	+ 13,7856 -	+ 2,665 -	— 13,3863 -
	0 = + 10″,01	+ 4,6954 -	+ 5,7590 -	— 22,0360 -	+ 10,1180 -	+ 7,480 -	+ 4,5764 -
	0 = + 3″,81	+ 2,5703 -	+ 6,5275 -	— 15,4087 -	+ 7,8528 -	+ 7,338 -	+ 5,1160 -
Breite.	0 = — 4″,17	+ 25,2758 -	— 1,2270 -	— 5,3456 -	+ 5,5504 -	+ 1,200 -	+ 0,7552 -
	0 = + 11″,02	+ 21,0644 -	— 3,3582 -	— 17,9403 -	+ 6,1610 -	+ 2,663 -	+ 0,4220 -
	0 = + 15″,09	+ 16,3356 -	— 2,8710 -	— 24,3195 -	+ 7,5670 -	+ 3,467 -	+ 1,8378 -
	0 = + 6″,14	+ 7,0420 -	— 0,1730 -	— 16,8400 -	+ 5,7492 -	+ 4,674 -	+ 7,7990 -
	0 = — 3″,25	— 0,7109 -	— 6,7966 -	+ 9,1305 -	— 4,7312 -	+ 1,850 -	+ 6,2596 -
	0 = — 33″,88	— 0,6897 -	— 8,9151 -	+ 10,0129 -	— 5,6484 -	+ 1,020 -	+ 4,8148 -

Die beiden Koefficienten zum Grunde liegenden Einheiten sind

für	ΔT	. . .	0,005 Tag
-	$\Delta\delta$	. . .	0,0001
-	$\Delta\pi$	. . .	0,0001
-	$\Delta\omega$	. . .	10″
-	Δn	. . .	10″
-	Δi	. . .	10″

50.

Bei den Ausdrücken, aus welchen die Koefficienten berechnet wurden, sind die schönen, von **Gaufs** (Theoria

motus corporum coelestium. Lib. I. Sect. II. §. 76) gegebenen Formeln benutzt. Nennt man des Kometen geocentrische Länge und Breite l und b, Radiusvector r, Argument der Breite u, Entfernung von der Erde Δ, und Δ Cos $b = \Delta'$; ferner die Länge der Erde L, ihre Entfernung von der Sonne R; so hat man, nach der angeführten Stelle, mittelst der Hülfswinkel M, N und P,

$$\left(\frac{dl}{dr}\right) = \frac{R}{\Delta' r} \cdot \text{Sin}\,(L - l) \qquad \left(\frac{db}{dr}\right) = \frac{-R}{\Delta' r} \cdot \text{Cos}\,(L - l)\,\text{Cos}\,b\,\text{Sin}\,b$$

$$\left(\frac{dl}{du}\right) = \frac{-R}{\Delta'} \cdot \text{Sin}\,(L - l)\,\text{Cotg}\,M - u \qquad \left(\frac{db}{du}\right) = \frac{r}{\Delta} \cdot \frac{\text{Sin}\,(M - u)\,\text{Cos}\,(N - b - P)}{\text{Sin}\,P}$$

$$\left(\frac{dl}{di}\right) = -\,\text{Cosin}\,(l - n)\,\text{tang}\,b \qquad \left(\frac{db}{di}\right) = \frac{r}{\Delta} \cdot \frac{\text{Sin}\,u\,.\,\text{Cos}\,i\,.\,\text{Cos}\,(N - b)}{\text{Cos}\,N}$$

$$\left(\frac{dl}{dn}\right) = 1 + \frac{R}{\Delta'} \cdot \text{Cosin}\,(L - l) \qquad \left(\frac{db}{dn}\right) = \frac{R}{\Delta'} \cdot \text{Sin}\,(L - l)\,.\,\text{Cos}\,b\,.\,\text{Sin}\,b.$$

Die Hülfswinkel finden sich durch die Gleichungen

$$\text{tang}\,M = \text{tang}\,(l - n) : \text{Cosin}\,i$$
$$\text{tang}\,N = \text{Sin}\,(l - n)\,\text{tang}\,i$$
$$\text{tang}\,P = \frac{\text{tang}\,(M - u)}{\text{Sin}\,i\,.\,\text{Cos}\,(l - n)}$$

wobei man die Quadranten, in welche M und N fallen, so anzunehmen hat, daſs

$$\frac{\text{Cosin}\,M}{\text{Cosin}\,N} = +\,\text{Cosin}\,(l - n)$$

$$\frac{\text{Sin}\,N}{\text{Sin}\,M} = +\,\text{Sin}\,i$$

Die Formeln für $\left(\frac{db}{dr}\right)$ und $\left(\frac{db}{dn}\right)$ sind bei Gauſs irrig $= \frac{-R}{r\,\Delta'} \cdot \text{Cos}\,(L - l)\,\text{tang}\,b$, und $\frac{R}{\Delta'} \cdot \text{Sin}\,(L - l)\,\text{tang}\,b$ ge-

setzt, welche Schreibfehler sich auch in dem Beispiele §. 77 befinden.

Die Differentiale des Arguments der Breite, und des Radiusvectors, bestimmte ich nach folgenden Formeln

$$\left(\frac{du}{dT}\right) = \frac{h\ k}{r^2} \qquad \left(\frac{dr}{dT}\right) = \frac{ek}{h}\,\text{Sin}\,\varphi$$

$$\left(\frac{du}{d\delta}\right) = \frac{-1}{\delta}\left[\frac{\text{Sin}\,\varphi\,(2 + e\,\text{Cos}\,\varphi}{(1+e)} - \frac{3h.(T+t)k}{2rr}\right] \qquad \left(\frac{dr}{d\delta}\right) = \frac{r^2}{h^2}\left[\left(\frac{du}{d\delta}\right) e\,.\,\text{Sin}\,\varphi - \frac{1 - \text{Cos}\,\varphi}{1+e}\right]$$

$$\left(\frac{du}{d\pi}\right) = \frac{-3h.k(T+t)}{2\pi.r^2} \qquad \left(\frac{dr}{d\pi}\right) = \left(\frac{r}{\pi} - \frac{3e\,\text{Sin}\,\varphi\,(T+t)k}{2\pi h}\right)$$

$$\left(\frac{du}{d\omega}\right) = 1 \qquad \left(\frac{dr}{d\omega}\right) = 0$$

In einer, der Parabel sehr nahe kommenden Bahn ist $\left(\frac{du}{d\delta}\right)$, nach dem eben gegebenen Werthe, sehr schwer zu berechnen: allein für eine solche läſst sich die wahre Anomalie in eine Reihe von der Form

$$\varphi = \text{Parabol. Anomalie} + V.\delta + V'.\delta^2 + V''.\delta^3 + \text{etc.}$$

verwandeln, deren erste Glieder ich (von **Zach** Monatl. Korresp. XII. P. 203)

$$= \frac{(-\tfrac{1}{2}t + \tfrac{1}{2}t^3 + \tfrac{2}{5}t^5)}{(1+t^2)^2}\,\delta + \frac{(-\tfrac{1}{10}t - \tfrac{9}{10}t^3 + \tfrac{17}{80}t^5 + \tfrac{531}{280}t^7 + \tfrac{33}{35}t^9 + \tfrac{9}{350}t^{11})}{(1+t^2)^4}\,\delta^2$$

$$+ \frac{(-[illegible]\,t - [illegible]\,t^3 - [illegible]\,t^5 + [illegible]\,t^7 + [illegible]\,t^9 + [illegible]\,t^{11} + [illegible]\,t^{13} + [illegible]\,t^{15} + [illegible]\,t^{17})}{(1+t^2)^6}\,\delta^3,$$

gefunden habe, wo t die Tangente der halben wahren Anomalie in der Parabel ist; die beiden ersten Koefficienten findet man daselbst für alle Grade der wahren Anomalie berechnet.

Man sieht leicht, daſs man die dafür gegebenen Tafeln auch hier benutzen kann, denn es ist

$$\left(\frac{du}{d\delta}\right) = V + 2 V' \delta + 3 V'' \delta^2 + \text{etc.}$$

wo man gewöhnlich schon mit dem ersten Gliede ausreichen wird.

51.

Nimmt man die Bestimmung der Lage des Kometen aus Beobachtungen in jeder Richtung als gleich sicher an: so ist ein Fehler der Länge $\frac{\lambda}{\text{Cos}\, b}$ eben so wahrscheinlich, als ein Fehler der Breite λ. Die Längengleichungen werden also in dieser Voraussetzung nur den Werth Cos b haben, wenn die für die Breite entwickelten vollen Werth $= 1$ haben; man wird also, wenn man die Fehler

der Länge α, α', α'', α''' etc.
der Breite β, β', β'', β''' etc.

setzt, nicht

$$\alpha^2 + \alpha'^2 + \alpha''^2 + \alpha'''^2 \ldots + \beta^2 + \beta'^2 + \beta''^2 + \text{etc.}$$

$= \Sigma\, [\alpha^2 + \beta^2]$ zu einem Minimum machen dürfen; sondern man wird $\Sigma\, [\alpha^2\, \text{Cos}\, b^2 + \beta^2]$ dieser Bedingung unterwerfen müssen. Da aber α^2 Cos $b^2 + \beta^2$ nichts anders ist, als das Quadrat der Entfernung des berechneten Orts vom beobachteten, so macht man die Summe dieser so klein als möglich, erhält also immer gleiche Resultate, man mag die Fundamentalgleichungen auf den Aequator oder die Ekliptik beziehen. Bei unserm Kometen schien mir indeſs die Multiplikation der 6 Gleichungen für die Länge mit den Kosinussen der Breite überflüssig, da ich glaubte, den beobachteten Längen, trotz der kleineren Kreise, auf welche sie bezogen sind, eben so sehr trauen zu dürfen, als den Breiten; indem

die Deklinationen durch Beobachtungen mit Kreis - oder Rhomboidalmikrometern wirklich schwerer zu bestimmen sind, als die Ascensionen. Der Erfolg machte übrigens die Rechtmäſsigkeit dieser Voraussetzung dadurch wahrscheinlich, daſs, wie wir in der Folge sehen werden, die gefundene Bahn die Längen wirklich etwas besser darstellt, als die Breiten.

52.

Ein wichtigerer Unterschied des Werths der oben gegebenen 6 Längen und Breiten hat seinen Grund in der, mit der Lichtstärke des Kometen abnehmenden Sicherheit der Beobachtungen, und in der Anzahl der den 6 Fundamentalörtern zum Grunde gelegten Bestimmungen. So ist z. B. die Angabe für den 23 März weit unsicherer, als die übrigen, und man würde sehr unbefriedigende Resultate erhalten, wenn man allen, bei der Entwickelung nach der Methode der moindres quarrês, gleichen Werth geben wollte. Alles wohl erwogen, glaubte ich den Bestimmungen einen Werth von

$$1,\quad 1,\quad 1,\quad \tfrac{1}{2},\quad \tfrac{1}{2},\quad \tfrac{1}{4}$$

beilegen, oder die 12 Gleichungen §. 49, in diesem Verhältnisse, zur Erfindung von $\triangle T$, $\triangle\delta$ etc., stimmen lassen zu müssen.

53.

Mit diesen Zahlen wurden also die 12 Gleichungen multiplicirt, und dann nach der angegebenen Methode in die 6 folgenden verwandelt:

$$0 = +435'',91 + 1557,56\,\Delta T - 212,79\,\Delta\delta - 1115,16\,\Delta\pi + 471,91\,\Delta\omega + 172,22\,\Delta\theta - 111,02\,\Delta i$$
$$0 = -\;75'',13 - 212,79 \text{ - } + 99,57 \text{ - } + 46,65 \text{ - } - 18,24 \text{ - } - 9,27 \text{ - } + 117,57 \text{ - }$$
$$0 = -\;738'',33 - 1115,16 \text{ - } + 46,65 \text{ - } + 2129,79 \text{ - } - 643,64 \text{ - } - 188,95 \text{ - } - 195,27 \text{ - }$$
$$0 = +206'',60 + 471,91 \text{ - } - 18,24 \text{ - } - 643,64 \text{ - } + 231,46 \text{ - } + 82,67 \text{ - } + 40,31 \text{ - }$$
$$0 = +\;76'',60 + 172,22 \text{ - } - 9,27 \text{ - } - 188,95 \text{ - } + 82,67 \text{ - } + 55,66 \text{ - } + 30,22 \text{ - }$$
$$0 = -\;54'',46 - 111,02 \text{ - } + 117,57 \text{ - } - 195,27 \text{ - } + 40,31 \text{ - } + 30,22 \text{ - } + 366,90 \text{ - }$$

woraus sich die Verbesserungen der angenommenen Vten Elemente

$$\Delta T = - 1{,}65529 \times 0{,}005 \text{ Tag}$$
$$\Delta \delta = - 4{,}5366 \times 0{,}0001$$
$$\Delta \pi = + 2{,}51566 \times 0{,}0001$$
$$\Delta \omega = + 10{,}8885 \times 10''$$
$$\Delta n = - 5{,}7850 \times 10''$$
$$\Delta i = + 1{,}7201 \times 10''$$

und damit die definitiven VIten Elemente der Bahn des Kometen, so wie sie am 22 Sept. 1807 war, ergaben. Diese sind nämlich

VI. Elemente.

Durchgangszeit durch's Perihel	Sept. 18,745366
Länge des aufsteigenden Knotens	266° 47′ 11″,45
Neigung der Bahn	63° 10′ 28″,10
Abstand des Perihels vom ☊	4° 7′ 30″,49
Kleinster Abstand	0,6461 2382
Log. desselben	9,8103157,5
Excentricität = 1 — δ	= 0,99548781
Halbe grosse Axe	143,195
Umlaufszeit	1713,5 Jahre.

Diese Elemente stellen, wenn man damit eben so verfährt, als mit den Vten §.48, die 6 Fundamentalörter so dar:

1807.	Sept. 28.	+ 1″,9	— 1″,4
	Okt. 22.	+ 1″,5	— 1″,4
	Nov. 11.	— 0″,9	+ 5″,1
	Dec. 8.	— 3″,9	+ 1″,3
1808.	Febr. 21.	— 4″,4	+ 0″,4
	März 23.	— 17″,2	— 26″,0

oder, wenn man diese Fehler in dem angegebenen Verhältnisse des Werths der Beobachtungen verkleinert,

1807.	Sept. 28.	+ 1″,9	— 1″,4
	Okt. 22.	+ 1″,5	— 1″,4
	Nov. 11.	— 0″,9	+ 5″,1
	Dec. 8.	— 1″,9	+ 0″,6
1808.	Febr. 21.	— 2″,2	+ 0″,2
	März 23.	— 4″,3	— 6″,5

Man wird gewiſs keine bessere Uebereinstimmung erwarten, indem die Fehler, ausser bei der unsicheren Bestimmung für den März, kaum einen halben Durchmesser des Kometenkerns betragen. Zugleich wird diese schöne Uebereinstimmung ein günstiges Vorurtheil für die Richtigkeit der Elemente erwecken, die einen so langen Bogen von fast 180° so befriedigend darstellen.

54.

Die Störungen des Kometen veränderten indeſs diese Elemente während der Zeit seiner Sichtbarkeit merklich; man würde sich daher irren, wenn man, selbst in der Voraussetzung der absoluten Richtigkeit dieser Bestimmung, die Wiederkehr des Kometen in 1713,5 Jahren erwarten wollte. Die Summe der Störungen hatte schon am 23 März 1808 die Excentricität 0,00005050 (§. 48) verkleinert, oder $1 - e$ um so viel vergrössert: sein Werth war also an diesem Tage 0,00456269, und es entspricht ihm eine halbe grosse Axe = 141,94, und eine Umlaufszeit = 1685,2 Jahr. — Allein es war vorauszusehen, daſs der Komet auch nach dem 20 März 1808 Störungen erfahren muſste, die, da alles, was die Excentricität afficirt, einen groſsen Einfluſs auf die Umlaufszeit äussern muſs, diese beträchtlich ändern können. Diese Störungen muſste man ungefähr **überschlagen**, ehe man eine **Vermuthung** über die Wiederkehr des Kometen äussern durfte. Die Mühe einer scharfen Berechnung würde dem daraus erwachsenden Gewinn nicht angemessen gewesen seyn, indem doch immer die 6ten Elemente die äusserst deli-

kate Bestimmung der Umlaufszeit nicht mit absoluter Sicherheit geben, sondern noch beträchtlich darin irren können.

55.

Nach aller Schärfe müſste man die Gleichung

$$dT + \tfrac{3}{2} I \,.\, a^{\frac{1}{2}}\, da$$

wo I ein Sideraljahr bedeutet, von $t =$ dem 22 Sept. 1807, bis dahin integriren, wo $T + a^{\frac{3}{2}} I = t$ wird, welcher Zeitpunkt dann der der Rückkehr des Kometen zu seiner Sonnennähe seyn wird. Allein auch ohne diese endlose Arbeit zu übernehmen, kann man eine ungefähre Idee von der Wiederkehr des Kometen erhalten, wenn man nur den Theil der Störungen betrachtet, der von der direkten Attraktion der Planeten auf den Kometen herrührt; und wenn man annimmt, daſs der Komet in einer beträchtlichen Entfernung von der Sonne eine Ellipse um den gemeinschaftlichen Schwerpunkt des Systems beschreibt (Laplace Méc. Cél. Liv. IX. Art. 2). Dieses vorausgesetzt, wird man nur die Veränderungen der Elemente für den der Sonne nahe gelegenen Theil der Bahn berechnen dürfen; und, da in diesem das Integral von dT ungleich kleiner ist, als das von $\tfrac{3}{2} I a^{\frac{1}{2}} da$, nur diesen Theil desselben. Allein dieses Differential der Umlaufszeit korrespondirt sehr nahe dem Differentiale von e, und man wird nur dieses integriren dürfen, um immer die Umlaufszeit $= \left(\frac{\pi}{1-e}\right)^{\frac{3}{2}}$ daraus herleiten zu können.

Es ist nach §. 39 sehr nahe

$$\left(\frac{de}{dt}\right) = - A' h \;\mathrm{Sin}\,\varphi - B' h \,(1 + \mathrm{Cos}\,\varphi)$$

Substituirt man hierin für A' und B' den Theil ihrer Werthe

§. 44, der von der Wirkung der Planeten auf die Sonne herrührt, so erhält man

$$\left(\frac{de}{dt}\right) = -2h \operatorname{Cos} \tfrac{1}{2}\varphi \, \Sigma \frac{\mu'}{r'^3} \left\{ \begin{array}{l} x' \operatorname{Sin} a \operatorname{Cos}(\alpha + \omega + \tfrac{1}{2}\varphi) \\ + y' \operatorname{Sin} b \operatorname{Cos}(\beta + \omega + \tfrac{1}{2}\varphi) \\ + z' \operatorname{Sin} c \operatorname{Cos}(\gamma + \omega + \tfrac{1}{2}\varphi) \end{array} \right\}$$

Dieser Theil der Störung wird sich nie sehr anhäufen können, weil er in Perioden, die ungefähr den Umlaufszeiten der störenden Planeten gleich sind, wiederkehrt; denn x', y', z' kehren in solchen Perioden wieder, und die Winkel $\alpha + \omega + \frac{1}{2}\varphi$ etc. wachsen ein oder einige Jahre nach dem Durchgange des Kometen durch die Sonnennähe so langsam, daſs dadurch keine sehr beträchtliche Aenderung dieses Resultats entsteht. Dagegen ist die direkte Wirkung der Planeten auf den Kometen, wegen des sehr anwachsenden Divisors im Ausdrucke der Kräfte (§. 44.)

$$A = -\Sigma \frac{\mu'}{\varrho'^3} [x'(a) + y'(b) + z'(c) + r]$$

$$B' = -\Sigma \frac{\mu'}{\varrho'^3} [x'(a') + y'(b') + z'(c')]$$

nur in der Nähe des Kometen bei den Planeten merklich; späterhin wird sie sehr klein, und A nähert sich immer mehr dem Werthe $-\Sigma.\frac{\mu'}{r^2}$, welcher sich mit der Attraktion der Sonne vereinigt, und dann die Bewegung nicht mehr ungleichförmig stört. Da dieser Theil der Störungen den Einfluſs, den er in dem der Sonne nahe gelegenen Theile der Bahn auf den Kometen hatte, nicht wieder aufheben kann, so ist er bleibend, und muſs deshalb vorzüglich berücksichtigt werden. Bei unserm Kometen fand ich, daſs nach dem März 1808 nur Jupiter direkt beträchtlich auf ihn wirkte, indem Saturn und Uranus in den ihm entgegengesetzten Theilen ihrer Bahnen stehen, und deshalb sehr geringen direkten Einfluſs auf ihn haben müssen. Die täglichen Ver-

änderungen der Excentricität, die von diesem Theile der Störungen des Jupiters herrühren, ergaben sich für den

20 März	1809	. . .	— 0,000000,1730
—	1810	. . .	— 0,000000,1533
—	1811	. . .	— 0,000000,1204
19 März	1812	. . .	— 0,000000,0671
—	1813	. . .	— 0,000000,0321
—	1814	. . .	— 0,000000,0180
—	1815	. . .	— 0,000000,0116

Woraus die ganze Aenderung der Excentricität vom 20 März 1808 bis 19 März 1815 sich etwa = — 0,0002758 ergiebt; so daſs der Komet, wenn er in die Regionen kömmt, wo die Störungen der Planeten wenig Einfluſs auf ihn äuſsern werden, eine Bahn beschreibt, deren Excentricität = 0,995487,81 — 0,000050,50 — 0,000275,8 = 0,995161,51, ihn in $\left(\frac{\pi}{1-e}\right)^{\frac{3}{2}}$ = 1543,1 Jahren zur Sonne zurückführen wird. Man sieht also, daſs die Umlaufszeit der Bahn, die für den 22 Sept. 1807 = 1713,5 Jahr bestimmt wurde, durch die Störungen des Planeten merklich verkürzt wird, obgleich diese Rechnungen dieses nur im Allgemeinen angeben, ohne Anspruch auf Sicherheit zu machen.

56.

Da die Bestimmung der Elemente, und vorzüglich der Umlaufszeit des Kometen, kaum ein Interesse haben kann, wenn man nicht den Grad ihrer Sicherheit beurtheilen kann: so war es unerläſsliche Pflicht, auch diesen zu untersuchen, und dadurch Gränzen zu bestimmen, innerhalb welche die Umlaufszeit des Kometen nothwendig fallen muſs.

Ich untersuchte daher, welchen Einfluſs eine Aenderung in den konstanten Gliedern der 12 Fundamentalgleichungen §. 49, oder in den zum Grunde gelegten Oertern, auf das

Resultat hat, unter der Bedingung (§. 48), dafs immer die Summe der Quadrate der übrig bleibenden Fehler ein Minimum wird. Eine Veränderung eines der 6 Oerter §. 47 gab also eine neue, aber noch immer der, der alten zum Grunde liegenden Bedingung, entsprechende Bahn. So erhielt ich, durch eine sich leicht darbietende bequeme Benutznng der §. 52 entwickelten 6 Gleichungen, die Variationen von $1 - e$ oder δ, die einer Korrektion der beobachteten Längen und Breiten von + 5″, 5″, 5″, 10″, 10″, 20″ zugehören.

1807.	Sept. 26.	— 0,87975 — 0,01800		
	Okt. 22.	+ 0,51525 + 0,61295		
	Nov. 11.	+ 0,18845 — 0,25880		
	Dec. 8.	— 0,99085 — 0,23945	}	× 0,0001
1808.	Febr. 21.	+ 0,72455 — 0,72770		
	März 23.	+ 0,68750 — 0,58040		

Mehr als 5″, 5″, 5″, 10″, 10″, 20″ irren die 6 zum Grunde gelegten Oerter höchstwahrscheinlich nicht von der Wahrheit ab, denn diese Fehler sind schon bedeutender, als die grosse Anzahl und die Güte der benutzten Beobachtungen, und die genaue Uebereinstimmung mit den 6ten Elementen vermuthen lassen. Wollte man indefs diese Fehler als wirklich existirend und so annehmen, dafs sie auf die nachtheiligste Weise zusammentreffen, d. i. wollte man die Beobachtungen so ändern, dafs alle Variationen von δ dasselbe Zeichen erhalten, so würde δ dadurch um 0,00064237 geändert werden, und folglich zwischen den Grenzen 0,00451219 ± 0,00064237 = 0,00386982 und 0,00515416 liegen. Die Grenzen der halben grossen Axe der Bahn am 22 Sept. 1807 würden dann

166,97 und 125,36,

und die der Umlaufszeit

2157,4 und 1403,6 Jahr

seyn.

57.

Man kann mit grofser Wahrscheinlichkeit behaupten, dafs die Unsicherheit nicht so grofs ist, als sie seyn kann. Denn Fehler von der vorausgesetzten Grösse sind keinesweges wahrscheinlich; und wenn sie auch wirklich existiren, so werden sich, bei den 12 Gleichungen, ihre Zeichen 2^{12} mahl ändern lassen, unter welchen Kombinationen nur 2 sind, die den angegebenen Grenzen entsprechen; so, dafs die Wahrscheinlichkeit, die Fehler auf die nachtheiligste Weise konspiriren zu sehen, $= \frac{2}{2^{12}} = \frac{1}{2048}$ ist. Man darf aus diesen Gründen hoffen, dafs die Umlaufszeit in der für den 22 Sept. 1807 gefundenen wahrscheinlichsten Bahn, kaum ein Jahrhundert von der Wahrheit abweichen wird. Man könnte übrigens diese Wahrscheinlichkeiten auch mathematisch berechnen, wenn es die Mühe lohnte; so viel ist gewifs, dafs die möglichen Grenzen sehr viel weiter sind, als die wahrscheinlichen. Die Bahn keines andern Kometen, den Halleyschen ausgenommen, ist mit dieser Sicherheit bekannt; und es waren die besonders günstigen Umstände, unter welchen dieser Komet erschien, seine lange Sichtbarkeit, sein scharf begrenzter Kern, und der jetzt so rege Eifer der Astronomen, der uns bessere Beobachtungen verschaffte, als man von irgend einem früheren Kometen besitzt, zur Erreichung dieser Sicherheit nothwendig.

58.

Obgleich nach einer Prüfung der hier, für die Abweichung der Bahn von der Parabel gegebenen Beweise, wohl Niemand es mehr bezweifeln wird, dafs der Komet sich wirklich in einer geschlossenen elliptischen Bahn bewegt; so hat die Untersuchung der Fehler, die man bei den Beobachtungen würde voraussetzen müssen, um ihnen in der Parabolischen Hypothese Genüge leisten zu können, doch vielleicht einiges Interesse. Diese Untersuchung ist übrigens sehr leicht, da

wir schon aus §. 56 wissen, daſs, um die Excentricität um 0,00064237 zu ändern, die Beobachtungen wenigstens um 5″, 5″, 5″, 10″, 10″, 20″ geändert werden müssen. Man würde also in den Fundamentalörtern, wenn man sie mit der parabolischen Hypothese vereinigen wollte, Fehler voraussetzen müssen, die sich zu den obigen verhalten, wie die Abweichung von der Parabel (= 0,00451219) zu 0,00064237, oder wie 7,0243 : 1. Wäre die Bahn eine Parabel, so müſste man also eine Verbesserung der 6 durch die elliptischen Elemente gegebenen Oerter von

1807.	Sept. 28.	+ 35″,1	+ 35″,1
	Okt. 22.	— 35″,1	— 35″,1
	Nov. 11.	— 35″,1	+ 35″,1
	Dec. 8.	+ 1′ 10″,2	+ 1′ 10″,2
1808.	Febr. 21.	— 1′ 10″,2	+ 1′ 10″,2
	März 23.	— 2′ 20″,5	+ 2′ 20″,5

oder der zum Grunde gelegten, von

1807.	Sept. 28.	+ 37″,0	— 33″,7
	Okt. 22.	— 33″,6	— 33″,7
	Nov. 11.	— 36″,0	+ 40″,2
	Dec. 8.	+ 1′ 6″,3	+ 1′ 13″,5
1808.	Febr. 21.	— 1′ 14″,6	+ 1′ 10″,6
	März 23.	— 2′ 37″,7	+ 1′ 54″,5

zugeben. Eine solche Verbesserung ist aber unmöglich mit den Beobachtungen zu vereinigen; wodurch es mit der gröſsten Evidenz erwiesen ist, daſs die Bahn des Kometen keine Parabel ist; sondern daſs dieser Himmelskörper wiederkehren wird, in einer Zeit, deren mögliche und wahrscheinliche Grenzen ich oben bestimmte.

Verbesserungen.

Seite	Zeile	
8	29	statt austritt lese man austrat
11	15	– $+ 0{,}258\,d$ l. $+ 0{,}125\,d$
18	4	hinzuzufügen: Hist. Cél. p. 168. 3 Juny 1795.
24	10	statt 48° 34′ 25″,8 l. 48° 34′ 55″,8
25	31	– 48° 17′ 53″,8 l. 48° 17′ 45″,8
27	23	– Oktob. 31. 6^{U} 7′ 39″ l. 6^{U} 7′ 29″
37	19	– Dec. 6. — 0″,2 l. — 1″,2
45	10	– im Zeittbeilchen l. im Zeittheilchen
48	4	– $\left(\frac{dr}{dt^2}\right)\cdot\frac{1}{r^2}$ l. $\left(\frac{dr}{dt}\right)\cdot\frac{1}{r^2}$
58	8	– $\left(\frac{dT}{dt}\right)\frac{e}{h^2}\,1+\mathrm{Cos}\,\varphi$ l. $\left(\frac{dT}{dt}\right)\frac{e}{h^2}(e+\mathrm{Cos}\,\varphi)$
—	9	– $-\frac{3}{h^2}\,e+\mathrm{Cos}\,\varphi\,(T+t)$ l. $-\frac{3}{h^2}(e+\mathrm{Cos}\,\varphi)(T+t)$
59	15	– $\frac{(2-5\delta+4\delta^2-\delta^4}{1-\frac{1}{2}\delta(1+tt)}\,tt$ l. $\frac{(2-5\delta+4\delta^2-\delta^3)}{1-\frac{1}{2}\delta(1-tt)}\,tt$
60	10	– $(-\frac{1}{2}\delta)^{-m}$ l. $(1-\frac{1}{2}\delta)^{-m}$
—	15	– $0-\delta$ l. $1-\delta$
61	22	– $-\Sigma(-\delta)^{n-2}-\frac{6}{2n}\Sigma$ etc. l. $-\Sigma(-\delta)^{n-1}\frac{6}{2^n}\Sigma$ etc.
65	18	– $+\,0{,}0000011{,}8$ l. $0{,}0000111{,}8$
72	6	– $\frac{\mathrm{Sin}\,\varphi(2+e\,\mathrm{Cos}\,\varphi}{(1+e)}$ l. $\frac{\mathrm{Sin}\,\varphi(2+e\,\mathrm{Cos}\,\varphi)}{(1+e)}$
81	18	– Sept. 28. +37″,0 — 33″,7 l. Sept. 28. +37″,0 + 33″,7

